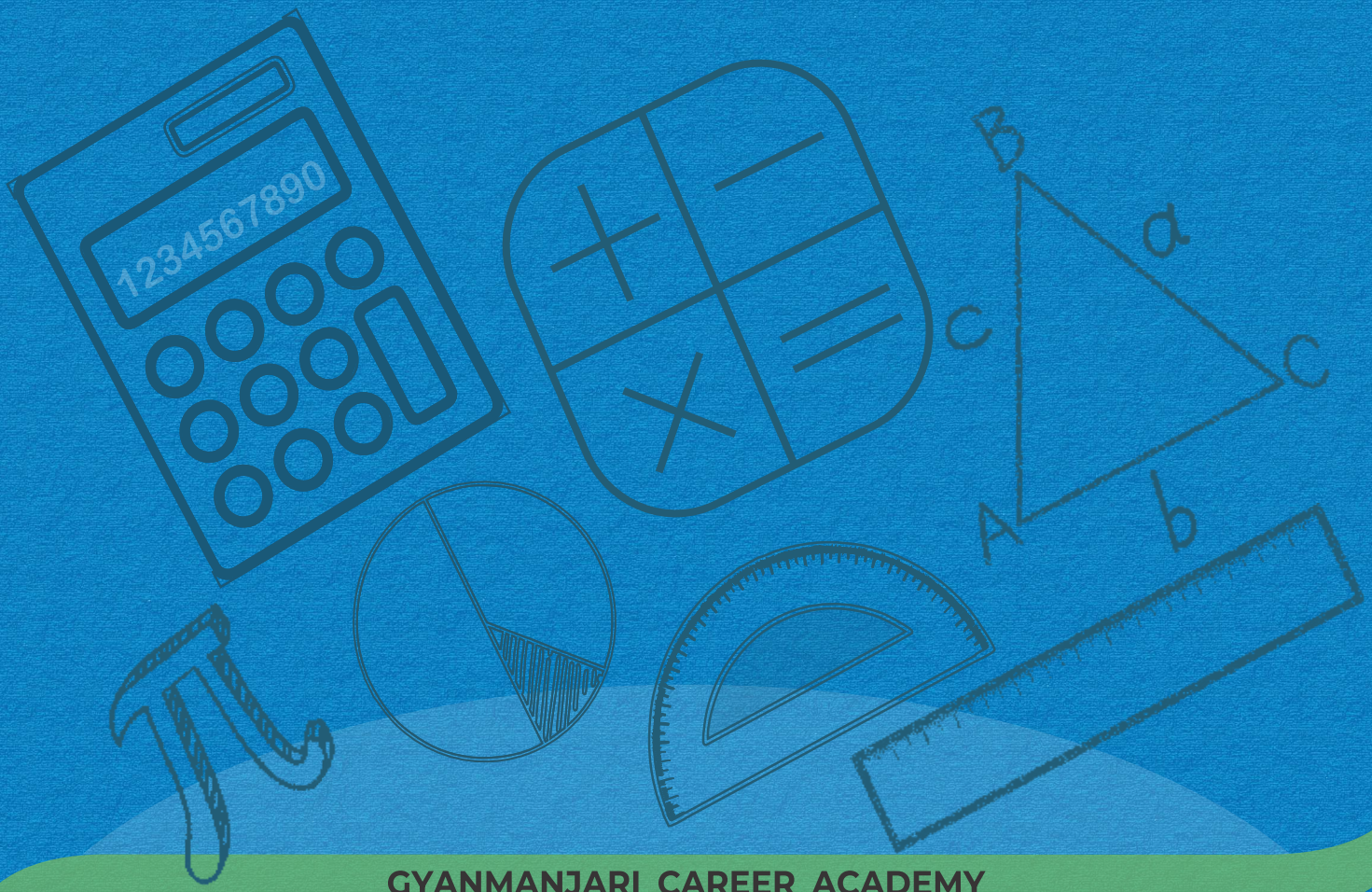
SAMPLE COPY

MATHEMATICS

BOARD / JEE

PART-1 | STANDARD - 11 | CHAPTER 1 TO 8



GYANMANJARI CAREER ACADEMY

As per NCERT Syllabus

STANDARD - 11
PART - I

MATHEMATICS

FOR GUJ. BOARD, JEE

: Developed By :

GYANMANJARI CAREER ACADEMY

B - 6300, KALIYABID, BHAVNAGAR - 364002
CONTACT : +91-70690 20211

SAMPLE COPY

COPY RIGHTS :

© All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrievel system of transmitted in any from or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recorsing or otherwise without the prior written permission of the publishers.

કોપીરાઇટ કાયદાની કલમ ૬૩ હેઠળ પુસ્તકો કોપી રાઇટેડ છે. અમારા પુસ્તકની ઝેરોક્ષ કરવી કે કરાવવી એ બંને ગંભીર ગુનો છે. આ પુસ્તકનાં લખાણ, શૈલી, ગોઠવણી તથા રજુઆતનો બીજા કોઈ પણ પુસ્તક, મેગેઝિન, ગાઈડ માટે કે બીજી કોઈ પણ રીતે ઉપયોગ કરતાં પહેલાં પ્રકાશક તથા લેખકોની લેખિત મંજૂરી મેળવવી ખાસ જરૂરી છે.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

INDEX

- CHAPTER - 01 - Sets ... 1.1
- CHAPTER - 02 - Relations and Functions ... 2.1
- CHAPTER - 03 - Trigonometric Functions ... 3.1
- CHAPTER - 04 - Principle of Mathematical Induction ... 4.1
- CHAPTER - 05 - Complex Numbers & Quadratic Equations ... 5.1
- CHAPTER - 06 - Linear Inequalities ... 6.1
- CHAPTER - 07 - Permutations & Combinations ... 7.1
- CHAPTER - 08 - Binomial Theorem ... 8.1

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

Chapter - 01 ગણ

1.1 પ્રાસ્તાવિક :

→ ગણની સંકલ્પના એ આધુનિક ગણિતનો મૂળભૂત ભાગ છે. આજે આ સંકલ્પનાનો ગણિતની લગભગ બધી જ શાખાઓમાં ઉપયોગ થાય છે.

→ સંબંધ અને વિધેયોના સિદ્ધાંતો વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે ગણનો ઉપયોગ થાય છે.

→ ભૂમિતિ, શ્રેણીઓ, સંભાવના વગેરેના અભ્યાસ માટે ગણનું જ્ઞાન જરૂરી છે.

1.2. ગણ અને તેમનું નિરૂપણ :

→ દૈનિક જીવનમાં, આપણે ઘણી વખત ચોક્કસ પ્રકારની વસ્તુઓના સમૂહ વિશે બોલતાં હોઈએ છીએ, જેમકે પત્તાંનો ઢગ, વ્યક્તિઓનું ટોળું, ક્રિકેટ-ટીમ વગેરે.

→ ગણિતમાં પણ આપણે કેટલાક સમૂહો વિશે વાત કરતાં હોઈએ છીએ જેમકે, પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ, બિંદુઓનો સમૂહ, અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો સમૂહ વગેરે.

→ આપણે વિશેષ રૂપે નીચેનાં સમૂહોનું નિરીક્ષણ કરીશું :

(i) 10 થી નાની અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ
એટલે કે 1, 3, 5, 7, 9.

(ii) ભારતની નદીઓ

(iii) અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોનાં સ્વરો એટલે કે a, e, i, o, u

(iv) વિવિધ પ્રકારના ત્રિકોણો

(v) 210 ના અવિભાજ્ય અવયવો, એટલે કે 2, 3, 5 અને 7

(vi) સમીકરણ : $x^2 - 5x + 6 = 0$ નો ઉકેલ, એટલે કે 2 અને 3.

→ આપણે નોંધીશું કે ઉપરનું દરેક ઉદાહરણ એ આપેલી સુવ્યાખ્યાયિત વસ્તુઓ કે સંખ્યાઓનો સમૂહ છે. એટલે કે આપેલી વસ્તુ કે સંખ્યા જે-તે સમૂહનો સભ્ય છે કે નહિ તે ચોક્કસપણે નક્કી કરી શકીએ તેવો જથ્થો છે.

→ દાખલા તરીકે આપણે કહી શકીશું કે, નાઈલ નદી એ ભારતની નદીઓના સમૂહનો સભ્ય નથી, પરંતુ ગંગા નદી આ સમૂહનો સભ્ય છે જ.

→ આમ, **ગણ એ સુવ્યાખ્યાયિત વસ્તુઓનો સમૂહ છે.**

ઉદાહરણ 1 : નીચેનામાંથી ક્યા સમૂહ ગણ દર્શાવે છે ?

(i) J અક્ષરથી શરૂ થતાં અંગ્રેજી કેલેન્ડરના વર્ષનાં તમામ મહિનાઓનો સમૂહ.

(ii) ભારતના દસ અતિ પ્રતિભાશાળી લેખકોનો સમૂહ.

(iii) દુનિયાના ક્રિકેટના ઉત્તમ અગિયાર બેટ્સમેનોની ટીમ.

(iv) તમારા વર્ગના બધા જ છોકરાઓનો સમૂહ.

(v) 100 થી નાની બધી જ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ.

(vi) લેખક મુન્શી પ્રેમચંદે લખેલી બધી જ નવલકથાઓનો સમૂહ.

(vii) બધા જ યુગ્મ પૂર્ણાંકોનો સમૂહ.

(viii) આ પ્રકરણના બધા જ પ્રશ્નોનો સમૂહ.

(ix) દુનિયાનાં ખુબ જ ભયાનક પ્રાણીઓનો સમૂહ.

ઉકેલ : (i) અહીં, J અક્ષરથી શરૂ થતાં મહિનાઓ January, June, અને July છે. માટે, J અક્ષર થી શરૂ થતાં મહિનાઓનો સમૂહ ગણ છે.

(ii) અહીં, ભારતનાં કોઈ પણ પ્રતિભાશાળી લેખક માટે દરેક વ્યકિતનાં મંતવ્ય જુદા જુદા છે,માટે કોને પ્રતિભાશાળી કહેવો તે મુશ્કેલ છે, માટે લેખકો નો સમૂહ ગણ દર્શાવે નહિ.

(iii) અહીં, દુનિયા નાં ક્રિકેટનાં બેટ્સમેન એક વ્યકિત માટે ઉત્તમ હોય તો તે જ બેટ્સમેન બીજી વ્યકિત માટે ઉત્તમ ન પણ હોય, માટે ઉત્તમ બેટ્સમેન નો સમૂહ ગણ દર્શાવે નહિ.

(iv) અહીં,વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓ હોય તો તે નિશ્ચિત છે. માટે, વર્ગનાં બધા જ છોકરાઓનો સમૂહ ગણ દર્શાવે.

(v) અહીં, 100 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ 1,2,3,...99 છે. આમ,100 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ ગણ દર્શાવે છે.

(vi) અહીં,લેખક મુન્શી પ્રેમચંદે લખેલ નવલકથાઓ નિશ્ચિત છે. માટે, નવલકથાઓનો સમૂહ ગણ દર્શાવે.

(vii) અહીં, યુગ્મ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ નિશ્ચિત છે. માટે, યુગ્મ પૂર્ણાંકોનો સમૂહ ગણ દર્શાવે છે.

(viii) અહીં, કોઈપણ પ્રકરણમાં આપેલાં પ્રશ્નો નિશ્ચિત છે. માટે પ્રશ્નોનો સમૂહ ગણ દર્શાવે છે.

(ix) અહીં, દુનિયાનાં કોઈપણ ભયાનક પ્રાણી દરેક વ્યક્તિ માટે ભયાનક ન પણ હોઈ શકે. એટલે કે ક્યા પ્રાણીને ભયાનક કહેવા તે મુશ્કેલ છે. માટે, ભયાનક પ્રાણીના સમૂહ ગણ દર્શાવે નહિ.

Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

1.2.1 ગણિતમાં ઉપયોગી એવા અગત્યનાં ગણ :

N = પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

W = પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગણ

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

Z = પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો ગણ

$= \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

Q = સંમેય સંખ્યાઓનો ગણ

$$= \left\{x = \frac{p}{q}, p \in Z, q \in N\right\}$$

R = વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ગણ

= બધી જ સંમેય અને અસંમેય સંખ્યાઓનો ગણ

1.2.2 ગણ વિશે અગત્યનાં મુદ્દાઓ :

(i) ગણની વસ્તુઓ, ઘટકો અને સભ્યો એ ગણ સંબંધિત સમાનાર્થી શબ્દો છે.

(ii) સામાન્ય રીતે ગણને અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોના કેપિટલ અક્ષરો A, B, C, X, Y, Z વગેરે વડે દર્શાવાય છે.

(iii) ગણના સભ્યોને અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોના નાના અક્ષરો *a, b, c, x, y, z* વડે દર્શાવાય છે.

→ જો '*a*' એ ગણ 'A' નો ઘટક હોય તો "*a* એ A નો સભ્ય છે." (*a* belongs to A) એમ કહીશું.

→ શબ્દસમૂહ "નો સભ્ય છે "(belongs to) ને ગ્રીક સંકેત $\in$ વડે દર્શાવીશું. આમ આપણે $a \in A$ લખીશું.

→ જો *b* એ ગણ A નો સભ્ય ન હોય, તો તેને આપણે $b \notin A$ વડે દર્શાવીશું અને "*b* એ ગણ A નો સભ્ય નથી."(*b* does not belong to A) પ્રમાણે વાંચીશું.

1.2.3 ગણને દર્શાવવા માટેની બે પધ્ધતિઓ :

(i) યાદીની રીત (Roster or tabular form)

→ યાદીની રીતમાં ગણનાં બધા જ ઘટકોની યાદી બનાવાય છે.

→ બે ઘટકોને દર્શાવતા સંકેત વચ્ચે અલ્પવિરામ મૂકીને તેમને જુદા પાડવામાં આવે છે અને તેમને ધનુષ્કૌંસ {} માં મૂકાય છે.

→ ઉદાહરણ તરીકે 7 થી નાના ધન યુગ્મ પૂર્ણાંકોના ગણને યાદીની રીતમાં {2, 4, 6} પ્રમાણે દર્શાવાય.

→ યાદીની રીતે કેટલાંક વધારે ઉદાહરણો નીચે પ્રમાણે છે. :

(*a*) જેના વડે 42 વિભાજ્ય છે તેવી પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42} છે.

→ યાદીની રીતમાં ઘટકોના ક્રમનું મહત્વ નથી. આમ, ઉપરના ગણને {1, 3, 7, 21, 2, 6, 14, 42} રીતે પણ રજૂ કરી શકાય.

(b) અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોના બધા જ સ્વરનો ગણ $\{a, e, i, o, u\}$ છે.

(c) અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના ગણને {1, 3, 5, ...} રીતે દર્શાવી શકાય. ટપકાં આપણને કહે છે કે, અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ અનંત સુધી ચાલશે.

• **<u>નોંધ</u> :**

→ એમ પણ નોંધીએ કે, યાદીની રીતે ગણ લખીએ તો ઘટકોનું પુનરાવર્તન કરવામાં આવતું નથી. એટલે કે બધાં ભિન્ન ઘટકો જ લેવામાં આવે છે.

→ ઉદાહરણ તરીકે 'SCHOOL' શબ્દ બનાવતા મૂળાક્ષરોનો ગણ {S, C, H, O, L} અથવા {H, O, L, C, S} થશે. અહીં ઘટકોના ક્રમનું કોઈ મહત્વ નથી.

(ii) ગુણધર્મની રીત (Set-builder form)

→ ગુણધર્મની રીતમાં ગણના બધા જ ઘટકો એક સામાન્ય ગુણધર્મ ધરાવે છે અને તે ગુણધર્મ ન ધરાવતા ઘટકો તે ગણમાં હોતા નથી.

→ ઉદાહરણ તરીકે $\{a, e, i, o, u\}$ ના બધા જ ઘટકો એક સામાન્ય ગુણધર્મ ધરાવે છે. ગણના બધા જ ઘટકો અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોના સ્વર છે અને બીજા કોઈ મૂળાક્ષર આ ગુણધર્મ ધરાવતા નથી.

→ આ ગણને V વડે દર્શાવીએ તો આપણે $V = \{x : x$ એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો પૈકીનો સ્વર છે.$\}$ પ્રમાણે લખીશું.

→ $A = \{x : x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને $3 < x < 10\}$ ને " જ્યાં x એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને x એ 3 અને 10 ની વચ્ચે આવેલ સંખ્યા છે." રીતે વાંચીશું. આથી, સંખ્યાઓ 4, 5, 6, 7, 8 અને 9 ગણ A ના ઘટકો થાય.

→ હવે, ગણ A ને યાદીની રીતે નીચે મુજબ લખી શકાય $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

→ જો આપણે આગળ (a), (b) અને (c) માં વર્ણવેલ ગણોને અનુક્રમે સંજ્ઞા A, B અને C આપીએ, તો A, B અને C ને ગુણધર્મની રીતે નીચે પ્રમાણે રજૂ કરી શકાય :

$A = \{x : x$ એ 42 નો પ્રાકૃતિક પૂર્ણાંક અવયવ છે.$\}$

$B = \{y : y$ એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો પૈકીનો સ્વર છે.$\}$

$C = \{z : z$ એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$

ઉદાહરણ 2 : નીચેના ગણોને યાદીની રીતે લખો.

(i) $A = \{x : x$ એ પૂર્ણાંક છે અને $-3 < x < 7\}$

(ii) $B = \{x : x$ એ 6 કરતાં નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$

(iii) $C = \{x : x$ એ જેના અંકોનો સરવાળો 8 થતો હોય તેવી બે અંકોની સંખ્યા છે$\}$

(iv) $D = \{x : x$ એ 60 નો ધન અવયવ હોય તેવી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.$\}$

(v) E = TRIGONOMETRY શબ્દના મૂળાક્ષરોનો ગણ

(vi) F = સમીકરણ $x^2 + x - 2 = 0$ ના ઉકેલનો ગણ

(vii) $G = \{x : x$ એ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને $x^2 < 40\}$

(viii) $H = \{x : x$ એ પૂર્ણાંક છે, $-\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}\}$

(ix) $I = \{x : x$ એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો ની ક્રમાનુસાર યાદી માં k પહેલાનો વ્યંજન છે.$\}$

(x) $J = \left\{x : x = \frac{1}{n}, n \in N\right\}$

ઉકેલ : (i) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(ii) $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(iii) $C = \{17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80\}$

(iv) 60 નાં અવયવો = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

જેમાં અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 2, 3, 5 છે.

$\therefore D = \{2, 3, 5\}$ મળે.

(v) $E = \{T, R, I, G, O, N, M, E, Y\}$

(vi) $x^2 + x - 2 = 0$

$\therefore (x + 2)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -2$ અથવા $x = 1$

$\therefore F = \{-2, 1\}$

(vii) $x = 1$ માટે $x^2 = 1 < 40$

$x = 2$ માટે $x^2 = 4 < 40$

$x = 3$ માટે $x^2 = 9 < 40$

$x = 4$ માટે $x^2 = 16 < 40$

$x = 5$ માટે $x^2 = 25 < 40$

$x = 6$ માટે $x^2 = 36 < 40$

$x = 7$ માટે $x^2 = 49 \not< 40$

$\therefore G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(viii) ગણ H માં $-\frac{1}{2}$ થી મોટી અને $\frac{9}{2}$ નાની એટલે કે, -0.5 થી મોટી અને 4.5 થી નાની પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ 0, 1, 2, 3, 4 છે.

$\therefore H = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(ix) $I = \{b, c, d, f, g, h, j\}$

(x) $J = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots\right\}$

ઉદાહરણ 3 : નીચેના ગણોને ગુણધર્મની રીતે લખો.

(i) $A = \{3, 6, 9, 12\}$

(ii) $B = \{2, 4, 8, 16, 32\}$

(iii) $C = \{2, 4, 6, \ldots\}$

(iv) $D = \{1, 4, 9, \ldots 100\}$

(v) $E = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}\right\}$

(vi) $F = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \frac{5}{26}, \frac{6}{37}, \frac{7}{50}\right\}$

(vii) $G = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

ઉકેલ : (i) $A = \{x : x = 3n, n \in N$ અને $1 \le n \le 4\}$

(ii) અહીં, ગણ માં આવેલા ઘટકો $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ છે.

જેમાં 2 ની ઘાત 1 થી 5 પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

$\therefore B = \{x : x = 2^n, n \in N$ અને $1 \le n \le 5\}$

(iii) $C = \{x : x$ એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$

(iv) અહીં, ગણ માં આવેલા ઘટકો $1^2, 2^2, 3^2, \ldots 10^2$ છે.

જ્યાં આધાર ના ઘટકો 1 થી 10 પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે

$\therefore D = \{x : x = n^2, n \in N, 1 \le n \le 10\}$

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

(v) અહીં આપેલ ગણના દરેક ઘટકનો અંશ એ છેદ કરતાં એક જેટલો ઓછો છે. અંશની શરૂઆત 1 થી થાય છે અને તે 6 થી વધારે નથી.

$$\therefore E = \{x : x = \frac{n}{n+1},\ n \in N,\ 1 \le n \le 6\}$$

(vi) $F = \left\{x : x = \frac{n}{n^2+1},\ n \in N,\ n \le 7\right\}$

(vii) $G = \{x : x \in Z, -3 < x < 5\}$ અથવા

$G = \{x : x \in Z, -2 \le x \le 4\}$

ઉદાહરણ 4 : ડાબી બાજુએ યાદીની રીતે દર્શાવેલ દરેક ગણના જમણી બાજુએ ગુણધર્મની રીતે દર્શાવેલા ગણ સાથે યોગ્ય જોડકાં બનાવો.

(i) {P, R, I, N, C, A, L} **(*a*) {*x* : *x* એ ધનપૂર્ણાંક છે અને 18 નો ભાજક છે.}**

(ii) {0} **(*b*) {*x* : *x* એ પૂર્ણાંક છે અને $x^2 - 9 = 0$}**

(iii) {1, 2, 3, 6, 9, 18} **(*c*) {*x* : *x* એ પૂર્ણાંક છે અને $x + 1 = 1$}**

(iv) {3, –3} **(*d*) {*x* : *x* એ PRINCIPAL શબ્દનો મૂળાક્ષર છે.}**

ઉકેલ : (d) માં PRINCIPAL શબ્દના 9 અક્ષરો છે અને તેમાં બે અક્ષરો P અને I પુનરાવર્તિત થાય છે. (i) એ (d) સાથે જોડાશે.

→ તે જ પ્રમાણે $x + 1 = 1$ તો $x = 0$ હોવાથી (ii) એ (c) સાથે જોડી બનાવશે.

→ 1, 2, 3, 6, 9, 18 એ 18 ના ધન અવયવો છે અને આ સિવાય 18 ને કોઈ ધન અવયવ નથી તેથી (iii) એ (a) સાથે જોડાશે.

→ છેલ્લે $x^2 - 9 = 0$ તો અને તો જ $x = 3$ અથવા -3, આથી (iv) એ (b) સાથે જોડકું બનાવશે.

સ્વાધ્યાય 1.1

Level-1

1. નીચેનામાંથી ક્યાં સમૂહ ગણ દર્શાવે છે ?

(i) ભારતનાં રાજ્યોનો સમૂહ

(ii) 100 થી નાની બધી જ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ.

(iii) ધોરણ 12 ગણિતના અઘરા પ્રકરણોનો સમૂહ

(iv) બધા જ યુગ્મ પૂર્ણાંકોનો સમૂહ.

(v) ભારતના પ્રથમ પાંચ વડાપ્રધાનનો સમુહ

(vi) અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગણ

2. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}લો. ખાલી જગ્યામાં યોગ્ય સંજ્ઞા $\in$ અથવા $\notin$ મૂકો.

(i) 5.....A

(ii) 8.....A

(iii) 0.....A

(iv) 4.....A

(v) 2.....A

(vi) 10.....A

3. નીચેના ગણોને યાદીની રીતે લખો.

(i) A = { *x* : *x* એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.}

(ii) B = { *x* : *x* એ પૂર્ણાંક છે, $x^2 \le 4$}

(iii) C = { *x* : *x* એ "LOYAL" શબ્દનો મૂળાક્ષર છે. }

(iv) D = {*x* : *x* એ વર્ષનો 31 દિવસનો ન હોય તેવો મહિનો છે.}

(v) E = BETTER શબ્દના મૂળાક્ષરોનો ગણ

(vi) F = {*x* : *x* $\in$ N, *x* = 2*n*, *n* $\in$ N}

4. નીચેનાં ગણોને ગુણધર્મની રીતે લખો.

(i) A = {5, 25, 125, 625}

(ii) B = {1, 4, 9, ..., 49}

(iii) C = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}

(iv) $D = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, ...\}$

(v) E = {1, 2, 5, 10}

(vi) F = {2, 3, 5, 7, 11, 13}

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

5. ડાબી બાજુએ યાદીની રીતે દર્શાવેલ ગણોને જમણી બાજુએ તેના જ ગુણધર્મની રીતે દર્શાવેલા ગણો સાથે સાંકળો.

(i) {1,2,3,6} (*a*) {x : x એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે અને 6 નો અવયવ છે.}

(ii) {2,3} (*b*) {x : x એ 10 કરતાં નાની અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.}

(iii) {M,A,T,H,E,I,C,S} (*c*) {x : x એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને 6 નો અવયવ છે.}

(iv) {1,3,5,7,9} (*d*) {x : x એ MATHEMATICS શબ્દનો મૂળાક્ષર છે.}

Level-2

6. ડાબી બાજુએ યાદીની રીતે દર્શાવેલ દરેક ગણના જમણી બાજુએ ગુણધર્મની રીતે દર્શાવેલા ગણ સાથે યોગ્ય જોડકાં બનાવો.

(i) {F, L, O, W} (*a*) $\{x : x \in N, x^2 < 25\}$

(ii) {1, 2, 3, 4} (*b*) $\{x : x^3 - x = 0, x \in Z\}$

(iii) {0, –1, 1} (*c*) $\{x : 4 < x^3 < 40, x \in N\}$

(iv) {2, 3} (*d*) {x : x એ FOLLOW શબ્દ નો મૂળાક્ષર છે.}

-: Answers :-

1. (i) ભારતના રાજ્યોનો સમૂહ એ સુવ્યાખ્યાયિત સમૂહ છે. તેથી આ સમૂહ ગણ છે.

(ii) અહીં, 100 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1, 2, 3,...99 છે. આમ, 100 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમૂહ ગણ દર્શાવે છે.

(iii) અહીં ધોરણ 12 ગણિતના પ્રકરણો માટે દરેક વિદ્યાર્થીનાં મંતવ્ય જુદા જુદા હોઈ શકે. એક વિદ્યાર્થી માટે જે પ્રકરણ અઘરૂ છે તે બીજા વિદ્યાર્થી માટે સરળ હોઈ શકે. તેથી આ સમૂહ સુવ્યાખ્યાયિત વસ્તુઓનો સમુહ નથી. ગણ નથી.

(iv) અહીં, યુગ્મ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ નિશ્ચિત છે. માટે, યુગ્મ પૂર્ણાંકોનો સમૂહ ગણ દર્શાવે છે.

(v) ભારતના પ્રથમ પાંચ વડાપ્રધાનનો સમૂહ એ સુવ્યાખ્યાયિત ઘટકોનો સમૂહ થશે તેથી આ સમૂહ ગણ છે.

(vi) અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગણ એ સુવ્યાખ્યાયિત ઘટકોનો સમૂહ છે તેથી આ સમૂહ ગણ છે.

2. (i) $5 \in A$ (ii) $8 \notin A$
(iii) $0 \notin A$ (iv) $4 \in A$
(v) $2 \in A$ (vi) $10 \notin A$

3. (i) A = {1, 3, 5, ...}
(ii) B = {–2, –1, 0, 1, 2}
(iii) C = {L, O, Y, A}
(iv) D = {ફેબ્રુઆરી ,એપ્રિલ ,જુન,સપ્ટેમ્બર, નવેમ્બર}
(v) E = {B, E, T, R}
(vi) F = { 2, 4, 6, 8, 10, ...}

4. (i) A = {x : $x = 5^n$, $n \in$ N અને $1 \le n \le 4$}
(ii) B = {x : $x = n^2$, $n \in$ N, $1 \le n \le 7$}
(iii) C = {x : $-3 \le x \le 3$, $x \in Z$}
(iv) D = $\{x : x = \frac{1}{n}, n \in N\}$
(v) E = {x : x એ 10 ના અવયવો, $x \in$ N}
(vi) F = {x : x એ 15 થી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ, $x \in$ N}

5. (i) $\rightarrow$ (*c*)
(ii) $\rightarrow$ (*a*)
(iii) $\rightarrow$ (*d*)
(iv) $\rightarrow$ (*b*)

6. (i) $\rightarrow$ (*d*)
(ii) $\rightarrow$ (*a*)
(iii) $\rightarrow$ (*b*)
(iv) $\rightarrow$ (*c*)

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.3 ખાલીગણ :

→ **જે ગણ એક પણ ઘટક ન ધરાવતો હોય તેવા ગણને ખાલીગણ (Null set) અથવા રિક્ત ગણ (Empty set or the void set) કહે છે.**

→ **ખાલીગણને સંકેતમાં ϕ અથવા $\{\ \}$ વડે દર્શાવાય છે.**

ખાલીગણનાં કેટલાંક ઉદાહરણો :

(i) જો $A = \{x : 1 < x < 2, x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$, તો A એ ખાલીગણ છે, કારણ કે 1 અને 2 ની વચ્ચે એક પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા નથી.

(ii) જો $B = \{x : x^2 - 2 = 0$ અને x એ સંમેય સંખ્યા છે.$\}$, તો B ખાલીગણ છે, કારણ કે કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા x એ સમીકરણ $x^2 - 2 = 0$ નું સમાધાન કરતી નથી.

(iii) જો $C = \{x : x$ એ 2 કરતાં મોટી અવિભાજ્ય યુગ્મ સંખ્યા છે.$\}$, તો C ખાલીગણ છે કારણ કે યુગ્મ અવિભાજ્ય સંખ્યા ફક્ત 2 જ છે.

(iv) જો $D = \{x : x^2 = 4, x$ એ અયુગ્મ છે.$\}$, તો D ખાલીગણ છે, કારણ કે કોઈ પણ અયુગ્મ x એ સમીકરણ $x^2 = 4$ નું સમાધાન ન કરે.

ઉદાહરણ 5 : નીચેનામાંથી ક્યાં ગણ ખાલીગણનાં ઉદાહરણ છે ?

(i) 2 વડે વિભાજ્ય અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ

(ii) યુગ્મ અવિભાજ્ય પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ

(iii) $\{x : x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે, $x < 5$ અને $x > 7\}$

(iv) $\{y : y$ એ બે ભિન્ન સમાંતર રેખાઓનું સામાન્ય બિંદુ છે.$\}$

(v) $\{x : x$ એ વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી$\}$

ઉકેલ : (i) અહીં, 2 વડે વિભાજ્ય હોય તેવી એકપણ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા મળે નહિ.

$\therefore$ આપેલ ગણ ϕ થશે.

(ii) અહીં, યુગ્મ અવિભાજ્ય પ્રાકૃતિક સંખ્યા માત્ર 2 છે. એટલે કે ગણ $\{2\}$ મળે.

$\therefore$ આપેલ ગણ ખાલી ગણ નથી.

(iii) આપેલ ગણ માટે

5 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા $\{1, 2, 3, 4\}$ અને

7 થી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા $\{8, 9, 10.....\}$ છે.

આ બંને ગણ માં એકપણ સામાન્ય ઘટક નથી.

$\therefore$ આપેલ ગણ ϕ થશે.

(iv) બે ભિન્ન સમાંતર રેખાઓ એકબીજા ને એકપણ બિંદુ માં છેદે નહિ. એટલે કે એકપણ સામાન્ય બિંદુ નથી.

$\therefore$ આપેલ ગણ ϕ છે.

(v) વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય ન હોય તેવી તટસ્થ સંખ્યા 1 છે. એટલે કે ગણ $\{1\}$ મળે

$\therefore$ આપેલ ગણ ખાલી ગણ નથી.

1.4 સાન્ત અને અનંત ગણો :

→ **જે ગણ ખાલી હોય અથવા નિશ્ચિત ધન પૂર્ણાંક જેટલી સભ્ય સંખ્યા ધરાવે, તે ગણને સાન્ત ગણ કહે છે, અન્યથા તે ગણને અનંત ગણ કહીશું.**

(i) જો ગણ W એ અઠવાડિયાના દિવસોનો ગણ લઈએ, તો W સાન્ત ગણ છે.

(ii) જો S એ રેખા સમીકરણ $x^2 - 16 = 0$ ના ઉકેલોનો ગણ લઈએ, તો S સાન્ત ગણ થશે.

(iii) G એ રેખા પરનાં બિંદુઓનો ગણ લઈએ, તો G એ અનંત ગણ થશે.

• **<u>નોંધ</u> :**

→ જ્યારે આપણે ગણને યાદીની રીતે દર્શાવીએ, ત્યારે આપણે ગણના બધા જ ઘટકોને $\{\}$ કૌંસમાં લખીશું.

→ અનંત ગણના બધાં જ ઘટકોને $\{\}$ કૌંસમાં લખવાનું શક્ય નથી, કારણ કે આવા ગણની સભ્ય સંખ્યા સીમિત નથી.

→ આથી આપણે કેટલાક અનંત ગણને યાદીની રીતે દર્શાવવા માટે તે ગણનું સ્પષ્ટ માળખું દર્શાવતા થોડાક સભ્યો લખે તે પછીના સભ્યો માટે (અથવા તે પૂર્વના સભ્યો માટે) ત્રણ ટપકાં મૂકીશું.

→ ઉદાહરણ તરીકે $\{1, 2, 3, ...\}$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ છે, $\{1, 3, 5, 7, ...\}$ એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો ગણ છે, $\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ એ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો ગણ છે.આ બધા જ ગણો અનંત ગણ છે.

→ **ϕ એ સાન્ત ગણ છે.**

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

ઉદાહરણ 6 : નીચેના ગણોમાંથી ક્યા સાન્ત અને ક્યા અનંત ગણ છે તે નક્કી કરો :

(i) $\{x : x \in N$ અને $(x-1)(x-2) = 0\}$

(ii) $\{x : x \in N$ અને $x^2 = 4\}$

(iii) $\{x : x \in N$ અને $2x - 1 = 0\}$

(iv) $\{x : x \in N$ અને x અવિભાજ્ય સંખ્યા છે$\}$

(v) $\{x : x \in N$ અને x અયુગ્મ પૂર્ણાંક છે$\}$

(vi) x - અક્ષને સમાંતર રેખાઓનો ગણ

(vii) પૃથ્વી પર વસતાં પ્રાણીઓનો ગણ

(viii) ઊગમબિંદુ (0, 0) માંથી પસાર થતાં વર્તુળોનો ગણ

ઉકેલ : (i) આપેલ ગણ $= \{1, 2\}$ આથી, તે સાન્તગણ છે.

(ii) આપેલ ગણ $= \{2\}$ આથી, તે સાન્તગણ છે.

(iii) $2x - 1 = 0$

$\therefore 2x = 1 \ \therefore x = \frac{1}{2}$ પરંતુ $x \in N$

આપેલ ગણ ϕ. આથી, તે સાન્તગણ છે.

(iv) આપેલ ગણ એ બધી જ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગણ છે અને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની સંખ્યા અનંત છે. આથી આપેલ ગણ અનંત ગણ છે.

(v) અયુગ્મ ધન પૂર્ણાંકોની સંખ્યા અનંત હોવાથી, આપેલ ગણ અનંત ગણ છે.

(vi) અહીં x - અક્ષ ને સમાંતર રેખાઓ $y = b, b \in R$ છે. જે અનંત રેખાઓ છે.

$\therefore x$ - અક્ષ ને સમાંતર રેખાઓ નો ગણ અનંત ગણ છે.

(vii) પૃથ્વી પર વસતાં પ્રાણીઓની ગણતરી કરવી શક્ય છે.

$\therefore$ પૃથ્વી પર વસતાં પ્રાણીઓનો ગણ સાન્ત ગણ છે.

(viii) ઊગમબિંદુ (0, 0) માંથી પસાર થતાં વર્તુળોની સંખ્યા ગણવી શક્ય નથી એટલે કે અનંત વર્તુળો દોરી શકાય છે.

$\therefore$ ઊગમબિંદુ (0, 0) માંથી પસાર થતા વર્તુળોનો ગણ અનંત ગણ છે.

• <u>એકાકી ગણ :</u>

→ જો ગણ A ને એક જ સભ્ય હોય તો તેને એકાકી ગણ કહે છે.

→ $A = \{a\}$ એ એકાકી છે.

→ ઉદા. $\{x : x - 1 = 0, x \in N\}$
$= \{1\}$ એ એકાકી છે.

1.5 સમાન ગણ :

→ જો બે ગણ A અને B માં એકના એક જ ઘટકો હોય, તો A અને B સમાન ગણો કહેવાય તેને આપણે $A = B$ પ્રમાણે લખીશું.

→ નહિ તો, આ ગણોને અસમાન ગણ કહીશું અને આપણે $A \neq B$ લખીશું.

(i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ અને $B = \{3, 1, 4, 2\}$ લઈએ તો $A = B$.

(ii) ધારો કે A એ 6 નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગણ છે અને P એ 30 ના અવિભાજ્ય અવયવોનો ગણ છે.

→ ફક્ત 2, 3 અને 5 એ 30 ના અવિભાજ્ય અવયવો છે તથા તેઓ 6 કરતાં નાના છે. વળી 6 કરતાં નાની પ્રત્યેક અવિભાજ્ય સંખ્યા એ 30 નો અવયવ છે. આથી A અને P સમાન છે.

ઉદાહરણ 7 : સમાન ગણોની જોડી શોધો (જો હોય તો). તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.

$A = \{0\}, B = \{x : x > 15$ અને $x < 5\}$
$C = \{x : x - 5 = 0\}, D = \{x : x^2 = 25\},$
$E = \{x : x$ એ સમીકરણ $x^2 - 2x - 15 = 0$ નું ધન પૂર્ણાંક બીજ છે.$\}$

ઉકેલ : $A = \{0\}, B = \phi, C = \{5\}, D = \{-5, 5\}, E = \{5\}$

→ અહીં સમાન ગણોની ફક્ત એક જ જોડી C અને Eની છે.

ઉદાહરણ 8 : નીચેનામાંથી કઈ જોડીના ગણ સમાન છે ? તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

(i) "ALLOY" ના મૂળાક્ષરોનો ગણ P અને "LOYAL"ના મૂળાક્ષરોનો ગણ Q છે.

(ii) $A = \{n : n \in Z$ અને $n^2 \leq 4\}$ અને $B = \{x : x \in R$ અને $x^2 - 3x + 2 = 0\}$

ઉકેલ : (i) $P = \{A, L, O, Y\}$,
$Q = \{L, O, Y, A\}$

→ અહીં, P અને Q સમાન ગણ છે.

(ii) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,
$B = \{1, 2\}$.

→ અહીં, A અને B સમાન ગણો નથી.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

સ્વાધ્યાય 1.2

Level-1

1. નીચેનામાંથી ક્યા ગણ ખાલીગણ દર્શાવે છે ?

   (i) $\{x : x \in N, 5 < x < 6\}$

   (ii) $\{x : x \in R, x^2 + 2 = 0\}$

   (iii) $\{x : x \in N, x^2 = 9\}$

   (iv) $\{x : x \in Q, x^2 - 2 = 0\}$

   (v) $\{x : x \in R, \sin^2 x + \cos^2 x = 5\}$

2. નીચેનામાંથી ક્યા ગણ સાન્ત ગણ અને ક્યા ગણ અનંત ગણ છે ?

   (i) વર્ષના મહિનાઓનો ગણ

   (ii) {1, 2, 3, ...}

   (iii) {1, 2, 3, ..., 99,100}

   (iv) 100 કરતાં મોટા ધન પૂર્ણાંકોનો ગણ

   (v) 99 કરતાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગણ

   (vi) અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોનો ગણ

   (vii) 5 ની ગુણિત સંખ્યાઓનો ગણ

3. નીચેનામાંથી નક્કી કરો કે A = B છે કે નહિ.

   (i) A = {*a, b, c, d*} B = {*d, c, b, a*}

   (ii) A = {4, 8, 12, 16} B = {8, 4, 16, 18}

   (iii) A = {2, 4, 6, 8, 10}

   B = $\{x : x$ એ યુગ્મ અને ધન પૂર્ણાંક છે અને $x \le 10\}$

   (iv) A = $\{x : x$ એ 10 નો ગુણિત છે$\}$

   B = {10, 15, 20, 25 ,30 .....}

4. નીચે આપેલી જોડીઓના ગણ સમાન છે ? કારણ આપો.

   (i) A = {2, 3}

   B = $\{x : x$ એ $x^2 + 5x + 6 = 0$ નો ઉકેલ છે.$\}$

   (ii) A = $\{x : x$ એ FOLLOW શબ્દનો મૂળાક્ષર છે.$\}$

   B = $\{y : y$ એ WOLF શબ્દનો મૂળાક્ષર છે.$\}$

5. નીચે આપેલ ગણમાંથી સમાન ગણ પસંદ કરો.

   A = {2, 4, 8, 12}, B = {1, 2, 3, 4},

   C = {4, 8, 12, 14}, D = {3, 1, 4, 2}

   E = {–1, 1}, F = {0, *a*},

   G = {1, –1}, H = {0, 1}

Level-2

6. નીચેના ગણોમાંથી ક્યા સાન્ત અને ક્યા અનંત ગણ છે તે નક્કી કરો.

   (i) $\{x : x \in N, x$ એ 3 ની ગુણિત સંખ્યા છે.$\}$

   (ii) $\{x : x \in N, x$ એ પૂર્ણવર્ગ છે.$\}$

   (iii) $\{x : x \in N, (x - 2)(2x - 1) = 0\}$

   (iv) $\{x : x \in R, 5 < x < 11\}$

   (v) $\{x : x \in Z, -1 < x < 6\}$

7. સમાન ગણોની જોડી શોધો (જો હોય તો). તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.

   $A = \{x : x \in Z, x^2 - 3x - 4 = 0\}$

   $B = \{x : x \in Z, x^2 - x = 0\}$

   $C = \{x : x \in Z, -1 < x < 2\}$

   $D = \{-1, 4\}$

   $E = \{x : x \in N, x < 2\}$

-: Answers :-

1. (i), (ii), (iv), (v) ખાલીગણ દર્શાવે છે.
2. (i), (iii), (v), (vi), સાન્તગણ છે.
   અને (ii), (iv), (vii) અનંતગણ છે.
3. (i) A = B
   (ii) A ≠ B
   (iii) A = B
   (iv) A ≠ B
4. (i) A ≠ B
   (ii) A = B
5. B = D અને E = G છે.
6. (iii), (v) સાન્ત ગણ છે અને
   (i), (ii), (iv) અનંત ગણ છે.
7. A = D અને B = C છે.

-: Hints or Solutions :-

1. (i) $x \in N$ છે. 5 અને 6 વચ્ચે કોઇ પ્રાકૃતિક સંખ્યા મળે નહિ.
   (ii) $x^2 + 2 = 0$
   $\therefore x^2 = -2$ જે શક્ય નથી.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

(iii) $x^2 = 9$

$\therefore x^2 - 9 = 0$

$\therefore (x - 3)(x + 3) = 0$

$\therefore x = 3$ અથવા $x = -3$

પરંતુ $x \in N$ છે. તેથી $x = 3$ મળે.

(iv) $x^2 - 2 = 0$

$\therefore x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ જે અસંમેય છે.

(v) $x \in R$ માટે

$\therefore \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ થવું જોઈએ.

2. (i) વર્ષના કુલ મહિનાઓની સંખ્યા 12 નિશ્ચિત છે.

(ii) ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા અનંત છે.

(iii) ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા નિશ્ચિત છે.

(iv) {101, 102, 103, 104, ...}
ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા અનંત છે.

(v) {2, 3, 5, ... 97}
ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા નિશ્ચિત છે.

(vi) {$a, b, c, d, ... y, z$}
ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા નિશ્ચિત છે.

(vii) {5, 10, 15, 20, ...}
ગણમાં સભ્યોની સંખ્યા અનંત છે.

3. (i) A = {a, b, c, d} B = {d, c, b, a}

$\therefore$ A = B

(ii) A = {4, 8, 12, 16} B = {8, 4, 16, 18}

$\therefore$ A $\neq$ B

(iii) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {2, 4, 6, 8, 10}

$\therefore$ A = B

(iv) A = {10, 20, 30, 40,....}
B = {10, 15, 20, 25,....}

$\therefore$ A $\neq$ B

4. (i) A = {2, 3},
B = {x : x એ $x^2 + 5x + 6 = 0$ના ઉકેલ છે.
= {–2, –3}

$\therefore$ A $\neq$ B

(ii) A = {F, O, L, W} B = {W, O, L, F}

$\therefore$ A = B

5. અહિ B = {1, 2, 3, 4} અને D = {3, 1, 4, 2} ના સમાન ઘટકો છે.

$\therefore$ B = D

$\rightarrow$ તેમજ E = {–1, 1} અને G = {1, –1} ના ઘટકો સમાન છે.

$\therefore$ E = G

6. (i) {3, 6, 9, 12, 15,....} = અનંત ગણ

(ii) {1, 4, 9, 16, 25, ...} = અનંત ગણ

(iii) $(x - 2)(2x - 1) = 0$

$\therefore x = 2$ અથવા $x = \frac{1}{2}$

પરંતુ, $x \in N$ $\therefore x = 2$

તેથી {2} જે સાન્ત ગણ છે.

(iv) 5 અને 11 વચ્ચે અનંત વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે તેથી આ ગણ અનંત ગણ છે.

(v) {0, 1, 2, 3, 4, 5} = સાન્ત ગણ

7. $x^2 - 3x - 4 = 0$

$\therefore (x - 4)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 4$ અથવા $x = -1$

$\therefore$ A = {–1, 4}

$\rightarrow$ $x^2 = x$

$\therefore x^2 - x = 0$

$\therefore x(x - 1) = 0$

$\therefore x = 0$ અથવા $x = 1$

$\therefore$ B = {0, 1}

$\rightarrow$ C = {0, 1}, D = { –1, 4}, E = {1}

$\therefore$ A = D અને B = C છે.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.6 ઉપગણ :

→ ધારો કે ગણ X = તમારી શાળાના તમામ વિદ્યાર્થીઓનો ગણ તથા Y = તમારા વર્ગના તમામ વિદ્યાર્થીઓનો ગણ.

→ આપણે નોંધીશું કે ગણ Y નો દરેક ઘટક એ ગણ X નો પણ ઘટક છે. આ કિસ્સામાં આપણે કહીશું કે, ગણ Y એ ગણ X નો ઉપગણ છે.

→ Y એ X નો ઉપગણ (Subset) છે તે હકીકતને આપણે સંકેતમાં $Y \subset X$ થી દર્શાવીશું.

→ સંકેત $\subset$ એ શબ્દસમૂહ "ઉપગણ છે" અથવા "માં સમાવિષ્ટ છે" (" is a subset of " અથવા "is contained in") માટે ઉપયોગ કરીશું.

→ જો ગણ A નો પ્રત્યેક ઘટક એ ગણ B નો પણ ઘટક હોય તો ગણ A ને ગણ B નો ઉપગણ કહેવાય.બીજી રીતે કહીએ તો,

→ " જો પ્રત્યેક a માટે, a એ A નો ઘટક હોય, તો a એ B નો પણ ઘટક છે." એવું બને તો A એ B નો ઉપગણ છે.

→ જો A એ B નો ઉપગણ ન હોય તો આપણે $A \not\subset B$ લખીશું.

→ દરેક ગણ A પોતે પોતાનો ઉપગણ છે, એટલે કે $A \subset A$.

→ ખાલીગણ ϕ ને એક પણ ઘટક નથી. આથી આપણે સંમત થઈશું કે ϕ એ દરેક ગણનો ઉપગણ છે.

(i) સંમેય સંખ્યાઓનો ગણ Q એ વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ R નો ઉપગણ છે અને આપણે $Q \subset R$ લખીશું.

(ii) જો 56 ના ધન પૂર્ણાંક અવયવોનો ગણ A અને 56 ના ધન અવિભાજ્ય પૂર્ણાંક અવયવોનો ગણ B હોય, તો B એ A નો ઉપગણ થશે અને આપણે $B \subset A$ લખીશું.

(iii) જો $A = \{1, 3, 5\}$ અને $B = \{x : x$ એ 6 કરતાં નાની અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$ લઈએ, તો $A \subset B$ અને $B \subset A$ અને આથી $A = B$.

(iv) $A = \{a, e, i, o, u\}$ અને $B = \{a, b, c, d\}$ લેતાં, A એ B નો ઉપગણ નથી. B પણ A નો ઉપગણ નથી.

→ ધારો કે A અને B બે ગણ છે. જો $A \subset B$ અને $A \neq B$ હોય, તો A ને B નો ઉચિત ઉપગણ (Proper Subset) કહે છે અને B ને A નો અધિગણ (Superset) કહે છે.

→ ઉદા. $A = \{1, 2, 3\}$ એ ગણ $B = \{1, 2, 3, 4\}$ નો ઉચિત ઉપગણ છે. અને B એ A નો અધિગણ છે.

ઉદાહરણ 9 : ગણ ϕ, $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 5, 9\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ આપેલા છે.નીચે દર્શાવેલી દરેક ગણની જોડીની વચ્ચે સંજ્ઞા $\subset$ અથવા $\not\subset$ સમાવિષ્ટ કરો.

(i) ϕ...B (ii) A...B

(iii) A...C (iv) B...C

ઉકેલ : (i) ϕ એ દરેક ગણનો ઉપગણ છે, આથી $\phi \subset B$.

(ii) $3 \in A$ અને $3 \notin B$. આથી $A \not\subset B$

(iii) $A \subset C$ કારણ કે A નો દરેક ઘટક એ C નો પણ ઘટક છે.

(iv) $B \subset C$ કારણ કે B નો દરેક ઘટક એ C નો પણ ઘટક છે.

ઉદાહરણ 10 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય બને તે રીતે ખાલી જગ્યામાં સંજ્ઞા $\subset$ અથવા $\not\subset$ પૂરો.

(i) {2, 3, 4} .... {1, 2, 3, 4, 5}

(ii) $\{a, b, c\}$ .... $\{b, c, d\}$

(iii) $\{x : x$ એ તમારી શાળાનો ધોરણ XI નો વિદ્યાર્થી છે.$\}$...
$\{x : x$ એ તમારી શાળાનો વિદ્યાર્થી છે.$\}$

(iv) $\{x : x$ સમતલમાં વર્તુળ છે.$\}$ .... $\{x : x$ એ આ જ સમતલનું 1 એકમ ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ છે.$\}$

(v) $\{x : x$ એ સમતલમાં ત્રિકોણ છે.$\}$ ....
$\{x : x$ એ સમતલમાં લંબચોરસ છે.$\}$

(vi) $\{x : x$ એ સમતલમાં સમબાજુ ત્રિકોણ છે.$\}$ ....
$\{x : x$ એ આ જ સમતલનો ત્રિકોણ છે.$\}$

(vii) $\{x : x$ એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$ ....
$\{x : x$ એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.$\}$

ઉકેલ : (i) અહીં, $\{2, 3, 4\}$ નાં બધા જ ઘટકો એ ગણ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ આવેલા છે.

$\therefore \{2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) ગણ $\{a, b, c\}$ નાં બધા જ ઘટકો ગણ $\{b, c, d\}$ માં નથી.

$\therefore \{a, b, c\} \not\subset \{b, c, d\}$

(iii) અહીં, તમારી શાળામાં ધોરણ XI માં ભણતો વિદ્યાર્થી એ તમારી શાળાનો જ વિદ્યાર્થી છે.

$\therefore \{x : x$ એ તમારી શાળાનો ધોરણ XI નો વિદ્યાર્થી છે.$\}$
$\subset \{x : x$ એ તમારી શાળાનો વિદ્યાર્થી છે.$\}$

(iv) અહીં, સમતલ માં આવેલા બધા જ વર્તુળ એકમ વર્તુળ નથી.

$\therefore \{x : x$ સમતલ માં વર્તુળ છે. $\} \not\subset \{x : x$ એ આ જ સમતલનું 1 એકમ ત્રિજ્યા વાળું વર્તુળ છે.$\}$

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

(v) એક જ સમતલ માં આવેલા ત્રિકોણ અને લંબચોરસ અલગ છે.
$\therefore$ $\{x : x$ એ સમતલમાં ત્રિકોણ છે $\} \not\subset \{x : x$ એ સમતલમાં લંબચોરસ છે.$\}$

(vi) અહીં, એક જ સમતલ માં આવેલા બધા જ ત્રિકોણ માં કોઇ ત્રિકોણ સમબાજુ ત્રિકોણ પણ છે.
$\therefore$ $\{x : x$ એ સમતલ માં સમબાજુ ત્રિકોણ છે$\} \subset \{x : x$ એ આ જ સમતલનો ત્રિકોણ છે.$\}$

(vii) અહીં, પૂર્ણાંક સંખ્યા માં અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા અને યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સમાવેશ થાય છે.
$\therefore$ $\{x : x$ એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે $\subset \{x : x$ એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે$\}$

ઉદાહરણ 11 : A = {*a, e, i, o, u*} અને B = {*a, b, c, d*} લો. A એ B નો ઉપગણ છે ? B એ Aનો ઉપગણ છે ?

ઉકેલ : A એ B નો ઉપગણ નથી. કારણ કે, ગણ A ના બધા જ સભ્ય ગણ B માં આવતા નથી.

$\rightarrow$ આ જ રીતે ગણ B ના બધા જ સભ્ય ગણ A માં આવતા નથી તેથી ગણ B એ ગણ Aનો ઉપગણ નથી.

ઉદાહરણ 12 : A, B અને C ત્રણ ગણ છે.
જો $A \in B$ અને $B \subset C$ તો $A \subset C$ સાચું છે ?
જો તમારો ઉત્તર 'ના' હોય, તો ઉદાહરણ આપો.

ઉકેલ : ધારો કે $A = \{1\}, B = \{\{1\}, 2\}$ અને $C = \{\{1\}, 2, 3\}$,
અહીં $A = \{1\}$ હોવાથી $A \in B$ અને $B \subset C$.
પરંતુ $A \not\subset C$ કારણ કે $1 \in A$ અને $1 \notin C$.

$\rightarrow$ આપણે નોંધીશું કે સામાન્ય રીતે ગણનો ઘટક કોઈ ગણ હોય તો તે ગણ સભ્ય છે પણ ઉપગણ નથી.

ઉદાહરણ 13 : A = {1, 2, {3, 4}, 5}. છે. નીચેનાં વિધાનો પૈકી ક્યા વિધાનો અસત્ય છે અને શા માટે ?

(i) $\{3, 4\} \subset A$ **(ii) $\{3, 4\} \in A$**
(iii) $\{\{3, 4\}\} \subset A$ **(iv) $1 \in A$**
(v) $1 \subset A$ **(vi) $\{1, 2, 5\} \subset A$**
(vii) $\{1, 2, 5\} \in A$ **(viii) $\{1, 2, 3\} \subset A$**
(ix) $\phi \in A$ **(x) $\phi \subset A$**
(xi) $\{\phi\} \subset A$

ઉકેલ : (i) અહીં, $\{3, 4\}$એ A નો ઘટક છે.
$\therefore$ $\{3, 4\} \in A$ થાય.
$\{3, 4\} \subset A$ અસત્ય છે.

(ii) $\{3, 4\} \in A$ સત્ય છે.કેમ કે $\{3, 4\}$ એ Aનો ઘટક છે.

(iii) $\{3, 4\}$ એ A નો ઘટક છે.
$\therefore$ $\{3, 4\} \in A$
$\therefore$ $\{\{3, 4\}\} \subset A$ સત્ય છે.

(iv) 1 એ A નો ઘટક છે.
$\therefore$ $1 \in A$ સત્ય છે.

(v) $1 \subset A$ અસત્ય છે. કેમકે 1 એ A નો ઘટક છે.
$\therefore$ $\{1\} \subset A$ થાય.

(vi) $\{1, 2, 5\}$ નાં બધા જ ઘટકો A માં છે.
$\therefore$ $\{1, 2, 5\} \subset A$ સત્ય છે.

(vii) $\{1, 2, 5\} \in A$ અને 1, 2, 5 એ ગણ A નાં ઘટકો છે.
પરંતુ $\{1, 2, 5\}$ એ A નો ઉપગણ છે.
$\therefore$ $\{1, 2, 5\} \in A$ અસત્ય છે.

(viii) $\{1, 2, 3\}$ માં 1, 2 એ A નાં ઘટકો છે. પરંતુ 3 એ A નો ઘટક નથી.
$\therefore$ $\{1, 2, 3\} \not\subset A$
$\therefore$ $\{1, 2, 3\} \subset A$ અસત્ય છે.

(ix) ϕ હંમેશા કોઈપણ ગણનો ઉપગણ છે.
$\therefore$ $\phi \subset A$ શકય છે.
$\therefore$ $\phi \in A$ અસત્ય છે.

(x) $\phi \subset A$ સત્ય છે.
કેમકે ϕ દરેક ગણનાં ઉપગણ છે.

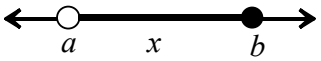
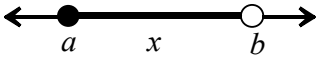
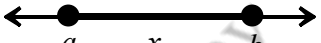
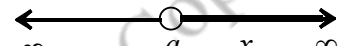
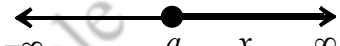
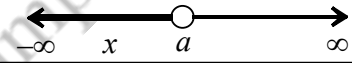
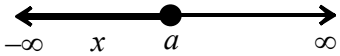
(xi) અહીં,ϕ એ A નો ઉપગણ છે.
$\therefore$ $\phi \subset A$ શકય છે.
$\therefore$ $\{\phi\} \subset A$ અસત્ય છે.

1.6.1 વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ R ના ઉપગણો :

$$\mathbf{N \subset Z \subset Q \subset R}$$

Gyanmanjari Career Academy Sample Copy

1.6.2 R ના ઉપગણો તરીકે અંતરાલ :

ક્રમ	નામ	સંકેત	અર્થ	એક ચલ માટે સંખ્યારેખા પર ઉકેલ
1.	વિવૃત	$x \in (a, b)$	$a < x < b$	
2.	વિવૃત-સંવૃત	$x \in (a, b]$	$a < x \leq b$	
3.	સંવૃત-વિવૃત	$x \in [a, b)$	$a \leq x < b$	
4.	સંવૃત	$x \in [a, b]$	$a \leq x \leq b$	
5.	વિવૃત અંતરાલ a થી અનંત	$x \in (a, \infty)$	$x > a$	
6.	સંવૃત અંતરાલ a થી અનંત	$x \in [a, \infty)$	$x \geq a$	
7.	(-અનંત) થી વિવૃત અંતરાલ a	$x \in (-\infty, a)$	$x < a$	
8.	(-અનંત) થી સવૃત અંતરાલ a	$x \in (-\infty, a]$	$x \leq a$	

→ સંખ્યા $(b - a)$ ને કોઈપણ અંતરાલ (a, b), $[a, b]$, $[a, b)$ અથવા $(a, b]$ ની લંબાઈ કહે છે.

ઉદાહરણ 14 : નીચેનાને અંતરાલ સ્વરૂપે લખો :

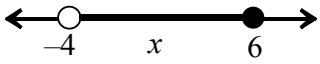
(i) $\{x : x \in R, -4 < x \leq 6\}$

(ii) $\{x : x \in R, 0 \leq x < 7\}$

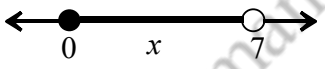
(iii) $\{x : x \in R, -12 < x < -10\}$

(iv) $\{x : x \in R, 3 \leq x \leq 4\}$

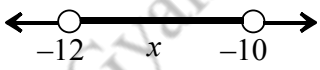
ઉકેલ : (i) $(-4, 6]$



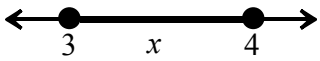
(ii) $[0, 7)$



(iii) $(-12, -10)$



(iv) $[3, 4]$

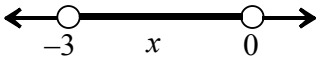


ઉદાહરણ 15 : નીચે આપેલા અંતરાલોને ગુણધર્મની રીતે લખો :

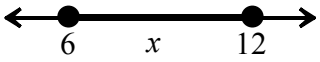
(i) $(-3, 0)$ **(ii)** $[6, 12]$

(iii) $(6, 12]$ **(iv)** $[-23, 5)$

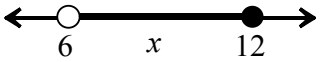
ઉકેલ : (i) $\{x : x \in R, -3 < x < 0\}$



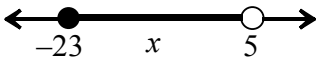
(ii) $\{x : x \in R, 6 \leq x \leq 12\}$



(iii) $\{x : x \in R, 6 < x \leq 12\}$



(iii) $\{x : x \in R, -23 \leq x < 5\}$



Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

સ્વાધ્યાય 1.3

Level-1

1. ગણ ϕ, $A = \{0, 1\}$, $B = \{0, 1, 3, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ આપેલા છે. નીચે દર્શાવેલી દરેક ગણની જોડીની વચ્ચે સંજ્ઞા $\subset$ અથવા $\not\subset$ સમાવિષ્ટ કરો.
   (i) ϕ...C (ii) A...B (iii) B...C (iv) A...C
2. નીચેના વિધાનો સત્ય બને તે રીતે ખાલી જગ્યામાં $\subset$ અથવા $\not\subset$ પુરો.
   (i) $\{\ \}$ _____ $\{1, 4, 8\}$
   (ii) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$
   (iii) $\{2, 4, 6\}$ _____ $\{2, 4, 6, 8\}$
   (iv) $\{x, y, z\}$ _____ $\{x, y, z\}$
3. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તેની ચકાસણી કરો.
   (i) $\{a,b\} \not\subset \{b, c, a\}$
   (ii) $\{a, e\} \subset \{x : x$ એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો પૈકીનો એક સ્વર છે.$\}$
   (iii) $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 3, 5\}$
   (iv) $\{a\} \subset \{a, b, c\}$
   (v) $\{a\} \in \{a, b, c\}$
   (vi) $\{x : x$ એ 6 કરતાં નાની યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$ $\subset \{x : x$ એ 36 નો અવયવ હોય તેવી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$
   (vii) $\phi \subset \{x, y, z\}$
   (viii) $\{x : x$ એ SCHOOL શબ્દનાં મૂળાક્ષરો છે.$\}$ $\subset \{x : x$ એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો છે.$\}$
   (ix) $\{x : x$ એ બધાં જ પક્ષીઓનો સમૂહ છે.$\}$ $\subset \{x : x$ એ પોપટનો સમૂહ છે.$\}$
   (x) $\{\pi\} \subset R$
   (xi) $\{\pi\} \subset N$
4. નીચેનાને અંતરાલ સ્વરૂપે લખો.
   (i) $\{x : x \in R, 5 \le x \le 12\}$
   (ii) $\{x : x \in R, 0 < x \le 8\}$
   (iii) $\{x : x \in R, -2 < x < 5\}$
   (iv) $\{x : x \in R, 4 \le x < 16\}$
5. નીચે આપેલા અંતરાલોને ગુણધર્મની રીતે લખો.
   (i) $(-7, 1)$
   (ii) $[0, 10]$
   (iii) $(1, 18]$
   (iv) $[0, 8)$

-: Answers :-

1. (i) $\subset$ (ii) $\subset$ (iii) $\not\subset$ (iv) $\not\subset$
2. (i) $\subset$ (ii) $\subset$ (iii) $\subset$ (iv) $\subset$
3. (i) અસત્ય (ii) સત્ય (iii) અસત્ય (iv) સત્ય (v) અસત્ય (vi) સત્ય (vii) સત્ય (viii) સત્ય (ix) અસત્ય (x) સત્ય (xi) અસત્ય
4. (i) $[5, 12]$
   (ii) $(0, 8]$
   (iii) $(-2, 5)$
   (iv) $[4, 16)$
5. (i) $\{x : x \in R, -7 < x < 1\}$
   (ii) $\{x : x \in R, 0 \le x \le 10\}$
   (iii) $\{x : x \in R, 1 < x \le 18\}$
   (iv) $\{x : x \in R, 0 \le x < 8\}$

Notes

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.7 ઘાત ગણ :

→ **ગણ A ના તમામ ઉપગણોથી બનતા ગણને A નો ઘાતગણ (Power set) કહે છે. તેને P(A) વડે દર્શાવાય છે.**

→ **P(A) નો દરેક ઘટક એ ગણ છે.**

→ જો $A = \{1, 2\}$, તો $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

→ આપણે નોંધીશું કે $n\,[P(A)] = 4 = 2^2$

→ **વ્યાપક સ્વરૂપે,**
જો ગણ A માટે $n(A) = m$, તો $n\,[P(A)] = 2^m$

→ **એટલે કે જો કોઈ ગણ A માં m સભ્યો હોય તો તે ગણ A ના ઉપગણોની સંખ્યા 2^m થાય.**

→ **તેથી ઘાતગણના સભ્યોની સંખ્યા 2^m થાય.**

→ હવે, જો કોઈ ગણ A માં 5 સભ્યો છે તો ગણ A ના ઘાતગણ P(A) માં $2^5 = 32$ સભ્યો હોય.

ઉદાહરણ 16 : નીચે આપેલા ગણોના ઘાત ગણ લખો.

(i) $A = \{a\}$ **(ii) $B = \{a, b\}$**
(iii) $C = \{1, 2, 3\}$ **(iv) $D = \phi$**
(v) $E = \{x, y, z, w\}$

ઉકેલ : (i) $P(A) = \{\phi, \{a\}\}$

(ii) $P(B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$

(iii) $P(C) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{3,1\}, \{1,2,3\}\}$

(iv) $P(D) = \{\phi\}$

(v) $P(E) = \{\phi, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{w\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{x, w\}, \{y, z\}, \{y, w\}, \{z, w\}, \{x, y, z\}, \{x, y, w\}, \{x, z, w\}, \{y, z, w\}, \{x, y, z, w\}\}$

1.8 સાર્વત્રિક ગણ :

→ સામાન્યતઃ કોઈ વિશિષ્ટ સંદર્ભમાં આપણે એક નિશ્ચિત મૂળભૂત ગણના ઉપગણો અને ઘટકો સાથે કામ કરતા હોઈએ છીએ અને તે વિશિષ્ટ સંદર્ભમાં સુસંગત હોય છે.

→ ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે સંખ્યા સંહતિનો અભ્યાસ કરતાં હોઈએ ત્યારે આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના ગણ અને તેના ઉપગણો જેમકે, અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગણ, યુગ્મ સંખ્યાઓનો ગણ અને આવા બધામાં આપણે રસ લેતાં હોઈએ છીએ.

→ **આવા મૂળભૂત ગણને " સાર્વત્રિક ગણ" કહે છે.**

→ સાર્વત્રિક ગણને સામાન્ય રીતે U દ્વારા અને તેના બધા ઉપગણોને A, B, C વગેરે મૂળાક્ષરો દ્વારા દર્શાવીએ છીએ.

→ ઉદાહરણ તરીકે, પૂર્ણાંક સંખ્યાઓના ગણ માટે સાર્વત્રિક ગણ તરીકે સંમેય સંખ્યાઓનો ગણ અથવા વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ R હોઈ શકે.

→ બીજા ઉદાહરણ તરીકે વસતી-ગણતરીના અભ્યાસમાં દુનિયાની બધી જ વ્યક્તિઓના ગણને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે લઈ શકાય.

ઉદાહરણ 17 : $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ અને $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, આપેલ ગણ છે.
આ ત્રણ ગણ A, B અને C માટે નીચેનામાંથી ક્યા ગણને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે લઈ શકાય ?
(i) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
(ii) ϕ
(iii) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(iv) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

ઉકેલ : અહીં A, B અને C એ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ગણ નાં ઉપગણો છે.

$\therefore$ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે લઈ શકાય.

ઉદાહરણ 18 : નીચેના વિધાનો માટે તમે ક્યા ગણને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે પસંદ કરશો :
(i) કાટકોણ ત્રિકોણનો ગણ (ii) સમદ્વિભુજ ત્રિકોણોનો ગણ

ઉકેલ : અહી, સાર્વત્રિક ગણ તરીકે "સમતલનાં દરેક ત્રિકોણનો ગણ" લઈ શકાય.

Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

1.9 વેન-આકૃતિ :

→ ગણો વચ્ચેના ઘણાખરા સંબંધોને આકૃતિઓ દ્વારા રજૂ કરવામાં આવે છે. તેમને આપણે વેન આકૃતિઓ (Vern diagrams) થી જાણીએ છીએ.

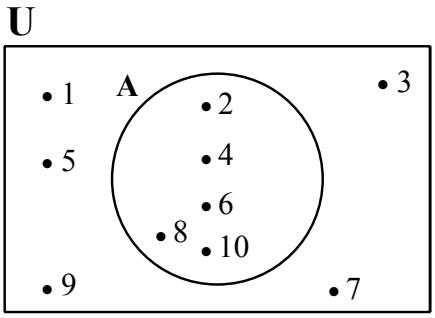
→ અંગ્રેજી તર્કશાસ્ત્રી John Venn ના નામ પરથી તેને વેન આકૃતિ નામ આપ્યું છે.

→ આ આકૃતિઓ લંબચોરસ અને બંધ વક્રો, મહદંશે વર્તુળોની બનેલી છે.

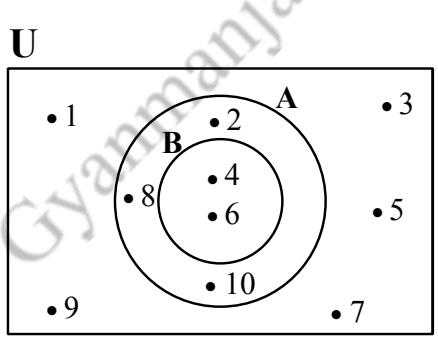
→ સામાન્ય રીતે સાર્વત્રિક ગણને લંબચોરસ અને તેના ઉપગણોને વર્તુળ દ્વારા દર્શાવાય છે.

→ વેન-આકૃતિઓમાં ગણના ઘટકોને તેમને અનુરૂપ વર્તુળમાં દર્શાવાય છે.

દ્રષ્ટાંત 1 : આકૃતિમાં U = {1, 2, 3, ..., 10} એ સાર્વત્રિક ગણ છે અને A = {2, 4, 6, 8, 10} એ તેનો ઉપગણ છે.



દ્રષ્ટાંત 2 : આકૃતિમાં, U = {1, 2, 3, ...,10} એ સાર્વત્રિક ગણ છે. અને A = {2, 4, 6, 8, 10} અને B = {4, 6} તેના ઉપગણો છે તથા B ⊂ A પણ છે.

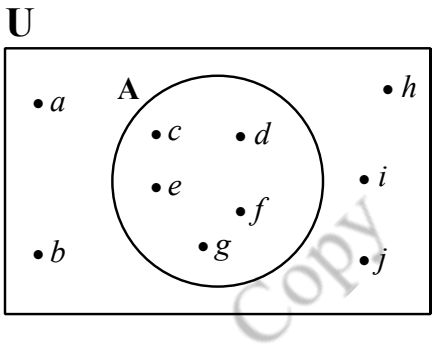


ઉદાહરણ 19 : U = {*a, b, c, d, e, f, g, h, i, j*}

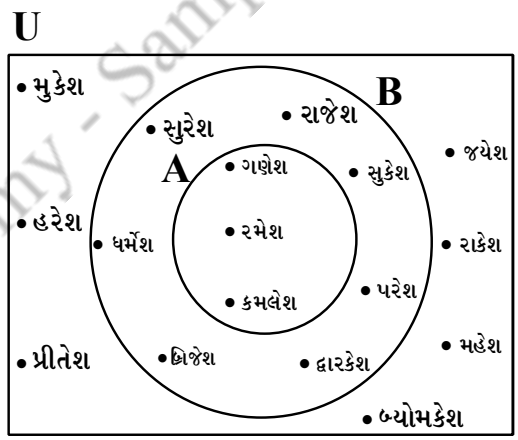
A = {*c, d, e, f, g*} છે.

આપેલ માહિતી માટે વેન-આકૃતિ દોરો.

ઉકેલ :



ઉદાહરણ 20 :



આપેલ વેન આકૃતિ પરથી U, A અને B લખો.

ઉકેલ : U = {મુકેશ, હરેશ, પ્રીતેશ, સુરેશ, ધર્મેશ, બ્રિજેશ, ગણેશ, રમેશ, કમલેશ, રાજેશ, સુકેશ, પરેશ, દ્વારકેશ, જયેશ, રાકેશ, મહેશ, બ્યોમકેશ}

A = {ગણેશ, રમેશ, કમલેશ}

B = {સુરેશ, ધર્મેશ, બ્રિજેશ, દ્વારકેશ, પરેશ, સુકેશ, રાજેશ, ગણેશ, રમેશ, કમલેશ}

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

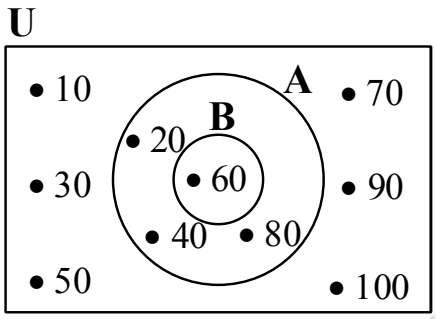
સ્વાધ્યાય 1.4

Level-1

1. નીચે આપેલ ગણોનો ઘાત ગણ લખો.
   (i) A = { –1, 0, 1} (ii) B = {5, {5}}
   (iii) C = {p, q, r, s} (iv) D = {3}
2. નીચેના વિધાનો માટે ક્યા ગણને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે પસંદ કરશો ?
   (i) એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળોનો ગણ
   (ii) ચોરસનો ગણ
   (iii) સમલંબ ચતુષ્કોણનો ગણ
3. A = {x : x એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોમાંનો સ્વર છે.}
   B = {x : x એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોમાંનો વ્યંજન છે.}
   આપેલ બંને ગણોને અનુરૂપ સાર્વત્રિક ગણ લખો.
4. U = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100}
   A = {20, 40, 60, 80}
   B = {60}
   આપેલ માહિતી માટે વેન-આકૃતિ દોરો.

-: Answers :-

1. P (A) = {{ } {–1}, {0}, {1}, {–1,0} {–1,1}, {0, 1}, {–1, 0, 1} }
   P(B) = {{ }, {5}, {{5}}, {5, {5}}}
   P(C) = {{ }, {p}, {q}, {r}, {s}, {p, q}, {p, r}, {p, s}, {q, r}, {q, s}, {r, s}, {p, q, r}, {p, q, s}, {p, r, s}, {q, r, s}, {p, q, r, s}}
   P (D) = {{ }, {3}}
2. (i) સમતલમાં આવેલ બધાં જ વર્તુળનો ગણ
   (ii) સમતલમાં આવેલ બધાં જ ચતુષ્કોણનો ગણ
   (iii) સમતલમાં આવેલ બધાં જ ચતુષ્કોણનો ગણ
3. U = {x : x એ અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો છે.}
4.



Notes

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.10 ગણક્રિયાઓ :

→ આગળનાં વર્ગોમાં આપણે સંખ્યાઓ પર સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયાઓ કેવી રીતે કરવી તેનો અભ્યાસ કર્યો.

→ આપણે દરેક ક્રિયા કરવા માટે બે સંખ્યાઓની જોડ લઈ તે પરથી અન્ય સંખ્યા મેળવતાં હતા.

→ ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે આપણે સંખ્યાઓ 5 અને 13 ની જોડ પર સરવાળાની ક્રિયા કરીએ તો આપણને સંખ્યા 18 મળે. ફરીથી જોતાં આપણે સંખ્યાઓ 5 અને 13 ની જોડ પર ગુણાકારની ક્રિયા કરીએ તો આપણને 65 મળે.

→ તે જ પ્રમાણે બે ગણ પર કેટલીક ક્રિયાઓ કરવાથી એક ગણ મળે.

→ હવે આપણે ગણ પર ચોક્કસ ક્રિયાઓ કરીએ અને તેમના ગુણધર્મ ચકાસીએ.

→ હવેથી આપણે બધા જ ગણોનો સંદર્ભ કોઈક સાર્વત્રિક ગણના ઉપગણ તરીકે લઈશું.

1.10.1 યોગ ગણ :

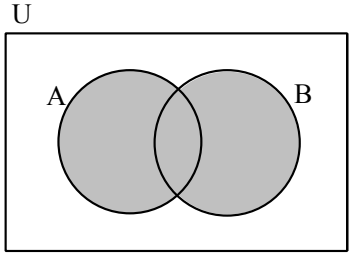
→ ધારો કે A અને B કોઈક ગણ છે. A અને B નો યોગગણ(union set) એટલે કે A ના તમામ ઘટકો તથા B ના તમામ ઘટકો તથા તેમના સામાન્ય ઘટકોથી ફક્ત એક વખત બનતો ગણ.

→ યોગગણ દર્શાવવા માટે સંકેત '∪' નો ઉપયોગ થાય છે. સાંકેતિક રીતે,આપણે A તથા B ના યોગગણ માટે $A \cup B$ લખીશું.

→ $A \cup B$ ને આપણે A યોગ B (A union B) વાંચીશું.

→ **ગણ A અથવા ગણ B માં આવેલા (બંને ગણમાં હોય તે સહિત) તમામ ઘટકોથી બનતાં ગણને A અને B નો યોગગણ કહે છે.**

$A \cup B = \{x : x \in A$ અથવા $x \in B\}$.



A∪B

• **યોગક્રિયાના ગુણધર્મો :**

(i) $A \cup B = B \cup A$
(ક્રમનો નિયમ)(Commutative law)

(ii) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
(જૂથનો નિયમ) (Associative law)

(iii) $A \cup \phi = A$ (Identity element)
(એકમ ઘટકનો નિયમ, ϕ એ ∪ નો એકમ ઘટક છે.)

(iv) $A \cup A = A$ (સ્વયંઘાતી નિયમ) (Idempotent law)

(v) $U \cup A = U$ (Law of U)

ઉદાહરણ 21 : $A = \{2, 4, 6, 8\}$ અને $B = \{6, 8, 10, 12\}$ છે. $A \cup B$ મેળવો.

ઉકેલ : આપણને $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 6, 10, 12\}$ મળશે.

→ આપણે નોંધીએ કે $A \cup B$ લખતી વખતે સામાન્ય ઘટકો 6 અને 8 ને એક જ વખત લીધા છે.

ઉદાહરણ 22 : $A = \{a, e, i, o, u\}$ અને $B = \{a, i, u\}$ છે. બતાવો કે $A \cup B = A$.

ઉકેલ : આપણને $A \cup B = \{a, e, i, o, u\}$ મળશે.

→ આ ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે, ગણ A અને તેના ઉપગણનો યોગ A પોતે જ છે, એટલે કે $B \subset A$, તો $A \cup B = A$ થાય.

→ તેવી જ રીતે જો $A \subset B$, તો $A \cup B = B$ થાય.

ઉદાહરણ 23 : (i) જો $A \subset B$ તો $A \cup B$ = ... (A, B, ϕ)
(ii) જો $B \subset A$ તો $A \cup B$ = ...(A, B, ϕ)

ઉકેલ : (i) B (ii) A

ઉદાહરણ 24 : શાળાની હોકી ટીમમાં રમતા ધોરણ XI ના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ $X = \{$રામ, ગીતા, અકબર$\}$ છે. શાળાની ફૂટબોલની ટીમમાં રમતા ધોરણ XI ના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ $Y = \{$ગીતા, ડેવિડ, અશોક$\}$ છે. $X \cup Y$ શોધો, અને તેનું અર્થઘટન કરો.

ઉકેલ : X = {રામ, ગીતા, અકબર}
Y = {ગીતા, ડેવિડ, અશોક}

→ $X \cup Y$ = {રામ, ગીતા, અકબર, ડેવિડ, અશોક} થશે. ધોરણ XI ના જે વિદ્યાર્થીઓ હોકી ટીમમાં અથવા ફૂટબોલ ટીમમાં અથવા બંનેમાં છે તેવા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ છે.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.10.2 છેદગણ :

→ ગણ A અને B નો છેદગણ(Intersection set) એ બંને ગણ A અને B ના તમામ સામાન્ય ઘટકો (Common elements) થી બનતો ગણ છે.

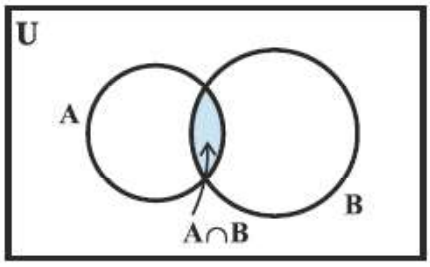
→ છેદગણ દર્શાવવા સંકેત '∩'નો ઉપયોગ થાય છે.

→ સાંકેતિક રીતે,આપણે A તથા B ના છેદગણ માટે $A \cap B$ લખીશું.

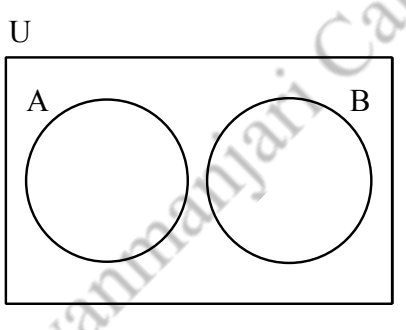
→ $A \cap B$ ને આપણે A છેદ B (A intersetion B) વાંચીશું.

→ **બે ગણ A અને B નો છેદગણ એટલે કે A અને B બંને ગણમાં આવેલા તમામ ઘટકોથી બનતો ગણ.**

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ અને } x \in B\}$$



→ **જો ગણો A અને B માટે $A \cap B = \phi$, તો A અને B ને પરસ્પર અલગગણ (disjoint sets) કહેવાય.**



• છેદક્રિયાના ગુણધર્મો :

(i) $A \cap B = B \cap A$ (ક્રમનો નિયમ)

(ii) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (જૂથનો નિયમ)

(iii) $\phi \cap A = \phi$,
$U \cap A = A$

(iv) $A \cap A = A$ (સ્વયંઘાતી નિયમ)

ઉદાહરણ 25 : A = {2, 4, 6, 8} અને B = {6, 8, 10, 12} છે. $A \cap B$ મેળવો.

ઉકેલ : આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે ફક્ત 6, 8 એ બંને ગણ A અને B ના સામાન્ય ઘટકો છે. આથી $A \cap B = \{6, 8\}$

ઉદાહરણ 26 : શાળાની હોકી ટીમમાં રમતા ધોરણ XI ના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ X = {રામ, ગીતા, અકબર} છે. શાળાની ફૂટબોલની ટીમમાં રમતા ધોરણ XI ના વિદ્યાર્થીઓનો ગણ Y = {ગીતા, ડેવિડ, અશોક} છે. $X \cap Y$ શોધો, અને તેનું અર્થઘટન કરો.

ઉકેલ : X = {રામ, ગીતા, અકબર}
Y = {ગીતા, ડેવિડ, અશોક}

→ $X \cap Y$ = {ગીતા} થશે. ધોરણ XI ના જે વિદ્યાર્થીઓ હોકી ટીમમાં અને ફૂટબોલ ટીમમાં બંનેમાં છે તેવા વિદ્યાર્થીઓનો ગણ છે.

ઉદાહરણ 27 : A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,}અને B = {2, 3, 5, 7} માટે $A \cap B$ શોધો અને તે પરથી બતાવો કે $A \cap B = B$.

ઉકેલ : $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$ મળશે.
આપણે નોંધીએ $B \subset A$ છે અને તેથી $A \cap B = B$.

ઉદાહરણ 28 : (i) જો $A \subset B$ તો $A \cap B$ = ...(A, B, ϕ)
(ii) જો $B \subset A$ તો $A \cap B$ = ...(A, B, ϕ)

ઉકેલ : (i) A (ii) B

ઉદાહરણ 29 : જો A = { 3, 5, 7, 9, 11 }, B = {7, 9, 11, 13}, C = {11, 13, 15} અને D = {15, 17}; હોય, તો નીચેના ગણ શોધો :
(i) $A \cap C \cap D$ (ii) $A \cap (B \cup C)$
(iii) $(A \cap B) \cap (B \cup C)$

ઉકેલ : (i) $A \cap C \cap D$
$= \{3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{11, 13, 15\} \cap \{15, 17\}$
$= \{\}$ અથવા ϕ

(ii) $A \cap (B \cup C)$
$= \{3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{7, 9, 11, 13, 15\}$
$= \{7, 9, 11\}$

(iii) $(A \cap B) \cap (B \cup C)$
$= [\{3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{7, 9, 11, 13\}] \cap [\{7, 9, 11, 13\} \cup \{11, 13, 15\}]$
$= \{7, 9, 11\} \cap \{7, 9, 11, 13, 15\} = \{7, 9, 11\}$

Gyanmanjari Career Academy Sample Copy

• **વિભાજનના નિયમો :**

યોગક્રિયાનું છેદક્રિયા પર વિભાજન :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

છેદક્રિયાનું યોગક્રિયા પર વિભાજન :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

ઉદાહરણ 30 : $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$, $C = \{1, 2, 8, 9, 10\}$ આપેલા ગણ માટે વિભાજનના નિયમો ચકાસો.

ઉકેલ : (i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

→ L.H.S $= A \cup (B \cap C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{2, 8\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ ...(i)

→ R.H.S $= (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ ...(ii)

→ પરિણામ (i) અને (ii) પરથી

L.H.S = R.H.S

(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

→ L.H.S $= A \cap (B \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$= \{1, 2, 4\}$ ...(i)

→ R.H.S $= (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$= \{2, 4\} \cup \{1, 2\}$

$= \{1, 2, 4\}$ ...(ii)

→ પરિણામ (i) અને (ii) પરથી

L.H.S = R.H.S

ઉદાહરણ 31 : નીચેના ગણોની જોડીઓમાંથી કઈ જોડના ગણ પરસ્પર અલગ ગણ છે ?

(i) $\{1, 2, 3, 4\}$ અને $\{x : x$ એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે, $4 \le x \le 6\}$

(ii) $\{a, e, i, o, u\}$ અને $\{c, d, e, f\}$

(iii) $\{x : x$ એ યુગ્મ પૂર્ણાંક છે$\}$ અને $\{x : x$ એ અયુગ્મ પૂર્ણાંક છે.$\}$

ઉકેલ : (i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{5\}$

અહીં, $A \cap B = \phi$

∴ A અને B અલગ ગણ છે.

(ii) $A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{c, d, e, f\}$

અહીં, $A \cap B = \{e\} \neq \phi$

∴ A અને B અલગ ગણ નથી.

(iii) $A = \{\ldots -4, -2, 0, 2, 4, \ldots\}$

$B = \{\ldots -3, -1, 1, 3, \ldots\}$

અહીં, $A \cap B = \phi$

∴ A અને B અલગ ગણ છે.

સ્વાધ્યાય 1.5

Level-1

1. નીચે આપેલી જોડીઓના ગણોનો યોગગણ લખો.
   (i) $X = \{1, 3, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$
   (ii) $A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, b, c\}$
   (iii) $A = \{x : x$ એ 3 ની ગુણિત પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$
   $B = \{x : x$ એ 6 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$
   (iv) $A = \{x : x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને $1 < x \le 6\}$
   $B = \{x : x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે અને $6 < x < 10\}$
   (v) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \phi$
2. જો $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7, 8\}$ અને $D = \{7, 8, 9, 10\}$ હોય, તો નીચેના ગણ શોધો.
   (i) $A \cup B$ (ii) $A \cup C$
   (iii) $B \cup C$ (iv) $B \cup D$
   (v) $A \cup B \cup C$ (vi) $A \cup B \cup D$
   (vii) $B \cup C \cup D$
3. પ્રશ્ન 1 માં આપેલી જોડીઓના ગણોનો છેદગણ શોધો.
4. જો $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{7, 9, 11, 13\}$, $C = \{11, 13, 15\}$ અને $D = \{15, 17\}$; હોય, તો નીચેના ગણ શોધો.
   (i) $A \cap B$ (ii) $B \cap C$
   (iii) $A \cap C \cap D$ (iv) $A \cap C$
   (v) $B \cap D$ (vi) $A \cap (B \cup C)$

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

(vii) $A \cap D$ (viii) $A \cap (B \cup D)$

(ix) $(A \cap B) \cap (B \cup C)$

(x) $(A \cup D) \cap (B \cup C)$

5. જો $A = \{x : x$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે$\}$,

$B = \{x : x$ એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે$\}$,

$C = \{x : x$ એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે$\}$ અને

$D = \{x : x$ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે$\}$,

તો નીચેના ગણ મેળવો.

(i) $A \cap B$ (ii) $A \cap C$

(iii) $A \cap D$ (iv) $B \cap C$

(v) $B \cap D$ (vi) $C \cap D$

6. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો. તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

(i) $\{2, 3, 4, 5\}$ અને $\{3, 6\}$ પરસ્પર અલગ ગણ છે.

(ii) $\{a, e, i, o, u\}$ અને $\{a, b, c, d\}$ પરસ્પર અલગ ગણ છે.

(iii) $\{2, 6, 10, 14\}$ અને $\{3, 7, 11, 15\}$ પરસ્પર અલગ ગણ છે.

(iv) $\{2, 6, 10\}$ અને $\{3, 7, 11\}$ પરસ્પર અલગ ગણ છે.

-: Answers :-

1. (i) $X \cup Y = \{1, 2, 3, 5\}$

(ii) $A \cup B = \{a, b, c, e, i, o, u\}$

(iii) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12....\}$

$= \{x : x = 1, 2, 4, 5$ અથવા 3 નો ગુણિત$\}$

(iv) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$= \{x : 1 < x < 10, x \in N\}$

(v) $A \cup B = \{1, 2, 3\}$

2. (i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(ii) $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(iii) $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(iv) $B \cup D = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(v) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(vi) $A \cup B \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(vii) $B \cup C \cup D = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

3. (i) $X \cap Y = \{1, 3\}$

(ii) $A \cap B = \{a\}$

(iii) $A \cap B = \{3\}$

(iv) $A \cap B = \{\}$ અથવા ϕ

(v) $A \cap B = \{\}$ અથવા ϕ

4. (i) $A \cap B = \{7, 9, 11\}$

(ii) $B \cap C = \{11,13\}$

(iii) $A \cap C \cap D = \{\}$ અથવા ϕ

(iv) $A \cap C = \{11\}$

(v) $B \cap D = \{\}$ અથવા ϕ

(vi) $A \cap (B \cup C) = \{7, 9, 11\}$

(vii) $A \cap D = \phi$

(viii) $A \cap (B \cup D) = \{7, 9, 11\}$

(ix) $(A \cap B) \cap (B \cup C) = \{7, 9, 11\}$

(x) $(A \cup D) \cap (B \cup C) = \{7, 9, 11, 15\}$

5. (i) $A \cap B = \{2, 4, 6, ...\} = B$

(ii) $A \cap C = \{1, 3, 5, 7, ...\} = C$

(iii) $A \cap D = \{2, 3, 5, 7, ...\} = D$

(iv) $B \cap C = \phi$

(v) $B \cap D = \{2\}$

(vi) $C \cap D = \{3, 5, 7, 11, ...\}$

$= \{x : x$ એ અયુગ્મ અવિભાજ્ય સંખ્યા$\}$

6. (i) $A \cap B = \{3\} \neq \phi$ માટે A & B અલગ ગણ નથી.

$\therefore$ આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

(ii) અહિ, $A \cap B = \{a\} \neq \phi$

$\therefore$ A & B અલગ ગણ નથી.

$\therefore$ આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

(iii) અહિ, $A \cap B = \phi$

$\therefore$ A & B અલગ ગણ છે.

$\therefore$ આપેલ વિધાન સત્ય છે.

(iv) અહિ, $A \cap B = \phi$

$\therefore$ A & B અલગ ગણ છે.

$\therefore$ આપેલ વિધાન સત્ય છે.

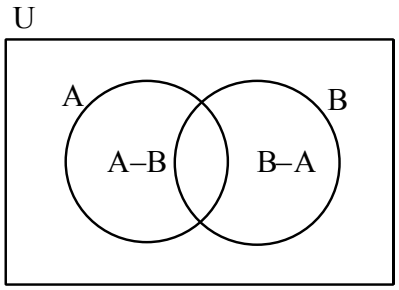
Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.10.3 તફાવત ગણ :

→ ગણ **A** અને ગણ **B** નો આ ક્રમમાં તફાવત ગણ **(Difference set)** એટલે કે ગણ **B** માં ન હોય તેવા ગણ **A** ના ઘટકોથી બનતો ગણ.

→ સાંકેતિક રીતે આપણે તેને **A – B** દ્વારા દર્શાવીશું અને **"A *minus* B"** વાંચીશું.

A – B = {*x* : *x* ∈ A અને *x* ∉ B}



ઉદાહરણ 32 : A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8} લો. A – B અને B – A શોધો.

ઉકેલ : ઘટકો 1, 3, 5 ગણ A માં છે, પરંતુ B માં નથી. આથી આપણને A – B = {1, 3, 5} મળશે

→ B – A = {8} થશે, કારણ કે 8 એ B માં છે પરંતુ A માં નથી.

→ આપણે નોંધીશું કે A – B ≠ B – A.

ઉદાહરણ 33 : V = {*a, e, i, o, u*} અને B = {*a, i, k, u*} છે. V – B અને B – V શોધો.

ઉકેલ : ઘટકો *e, o* એ V માં છે, પરંતુ B માં નથી.

આથી V – B = {*e, o*} મળશે

→ ઘટક *k* ગણ B માં છે, પરંતુ V માં નથી.

આથી B – V = {*k*}.

♦ **યાદ રાખો : A – B = A ∩ B' = A – (A ∩ B)**

B – A = B ∩ A' = B – (A ∩ B)

1.10.4 પૂરક ગણ :

→ ધારો કે U એ સાર્વત્રિક ગણ છે અને A એ U નો ઉપગણ છે.

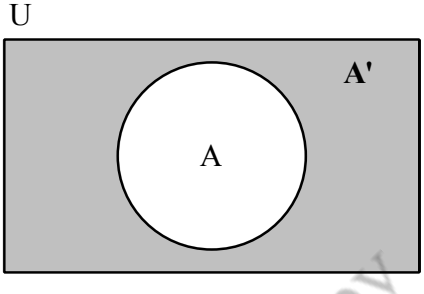
→ **ગણ A માં ન હોય તેવા U ના તમામ ઘટકોથી બનતા ગણને A નો પૂરક ગણ કહે છે.**

→ **સંકેતમાં આપણે U ના સંદર્ભમાં A ના પૂરક ગણને A′ દ્વારા દર્શાવીશું.**

આમ, A′ = {*x* : *x* ∈ U અને *x* ∉ A}.

→ સ્વયં સ્પષ્ટ છે કે A′ = U – A

A નો પૂરક ગણ એ U અને A નો તફાવત ગણ છે.

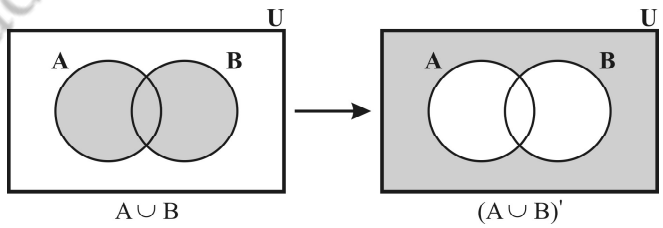


● **પૂરક ગણના ગુણધર્મો :**

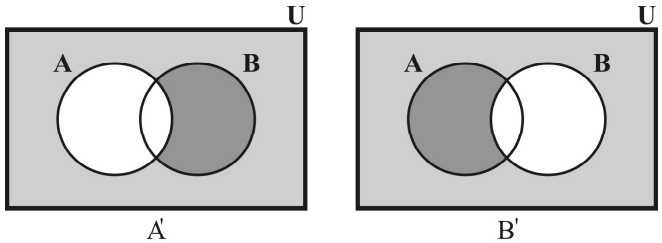
1. પૂરક ગણનો નિયમ : (i) A ∪ A' = U (ii) A ∩ A' = ϕ
2. દ'મોર્ગનના નિયમ : (i) (A ∪ B)' = A' ∩ B'
   (ii) (A ∩ B)' = A′ ∪ B'
3. દ્વિપૂરક ગણનો નિયમ : (A')' = A
4. ખાલીગણ અને સાર્વત્રિક ગણના નિયમો : ϕ'=U અને U'=ϕ

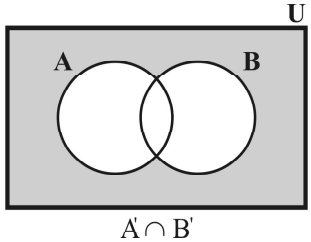
● **દ'મોર્ગનના નિયમ સમજાવતી વેન આકૃતિઓ :**

(i) (A ∪ B)′



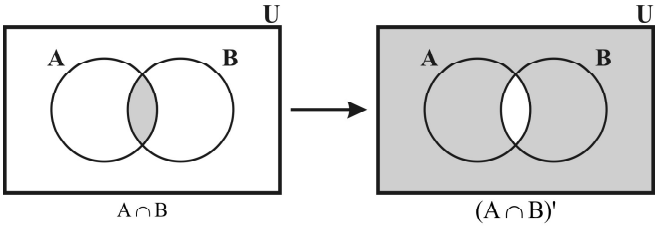
(ii) A′ ∩ B′



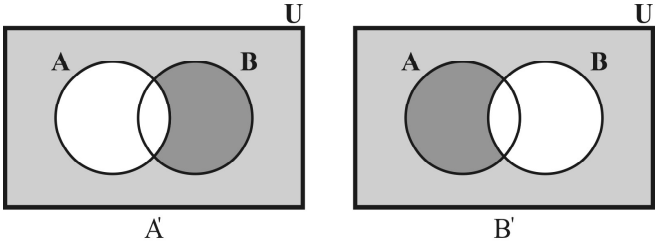


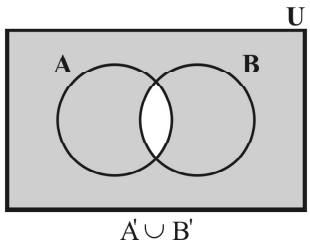
Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

(iii) $(A \cap B)'$



(iv) $A' \cup B'$





ઉદાહરણ 34 : U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} અને A = {1, 3, 5, 7, 9}. તો A' શોધો.

ઉકેલ : આપણે નોંધીએ કે A માં ન હોય તેવા U ના ઘટકો માત્ર 2, 4, 6, 8, 10 છે અને તે U માં તો છે જ.

આથી A' = {2, 4, 6, 8, 10}.

ઉદાહરણ 35 : એક સહશિક્ષણ આપતી શાળાના ધોરણ XI ના વિદ્યાર્થીઓના ગણને સાર્વત્રિક ગણ U તરીકે લો અને ધોરણ XI ની વિદ્યાર્થી બહેનોનો A ગણ લો. A' શોધો.

ઉકેલ : વર્ગની વિદ્યાર્થી બહેનોનો ગણ A હોવાથી સ્વયં સ્પષ્ટ છે કે વર્ગના વિદ્યાર્થી ભાઈઓનો ગણ A' છે.

ઉદાહરણ 36 : U ={1, 2, 3, 4, 5, 6}, A = {2, 3} અને B = {3, 4, 5} છે. A', B', A' ∩ B', A ∪ B શોધો અને તે પરથી બતાવો કે (A ∪ B)' = A' ∩ B'.

ઉકેલ : $A' = \{1, 4, 5, 6\}$, અને $B' = \{1, 2, 6\}$.

આથી $A' \cap B' = \{1, 6\}$

→ વળી, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$

આથી $(A \cup B)' = \{1, 6\}$

આમ, $(A \cup B)' = \{1, 6\} = A' \cap B'$

ઉદાહરણ 37 : સમતલના તમામ ત્રિકોણના ગણને U તરીકે લો. જો ઓછામાં ઓછો એક ખૂણો 60° થી ભિન્ન હોય તેવા ત્રિકોણોનો ગણ A હોય, તો A' શું થશે ?

ઉકેલ : A' = ત્રિકોણ નાં ત્રણેય ખુણા ઓ 60° નાં હોય તેવા ત્રિકોણોનો ગણ

= સમભુજ ત્રિકોણો નો ગણ

ઉદાહરણ 38 : જો U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }, A = {2, 4, 6, 8} અને B = {2, 3, 5, 7}. હોય, તો

(i) (A ∪ B)' = A' ∩ B'

(ii) (A ∩ B)' = A' ∪ B' ચકાસો

ઉકેલ : A' = {1, 3, 5, 7, 9}

B' = {1, 4, 6, 8, 9}

→ **(i) (A ∪ B)' = A' ∩ B'**

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

L.H.S. = $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{1, 9\}$ ...(1)

R.H.S. = $A' \cap B' = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{1, 4, 6, 8, 9\}$

$= \{1, 9\}$ ...(2)

∴ (1) અને (2) પરથી

L.H.S. = R.H.S.

→ **(ii) (A ∩ B)' = A' ∪ B'**

$A \cap B = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$

$= \{2\}$

L.H.S. = $(A \cap B)' = U - \{2\}$

$= \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ...(1)

R.H.S. = $A' \cup B'$

$= \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 4, 6, 8, 9\}$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ... (2)

∴ (1) અને (2) પરથી

L.H.S. = R.H.S.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

સ્વાધ્યાય 1.6

Level-1

1. U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9},
A = {1, 2, 3, 4}, B = {2, 4, 6, 8} અને
C = {3, 4, 5, 6 } છે. નીચેના ગણ શોધો.
(i) A' (ii) B' (iii) (A ∪ C)'
(iv) (A ∪ B)' (v) (A')' (vi) (B – C)'

2. જો U = {*a, b, c, d, e, f, g, h*} હોય, તો નીચેના ગણના પૂરક ગણ શોધો.
(i) A = {*a, b, c*} (ii) B = {*d, e, f, g*}
(iii) C = {*a, c, e, g*} (iv) D = {*f, g, h, a*}

3. પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના ગણને સાર્વત્રિક ગણ તરીકે લઈ, નીચે આપેલા ગણના પૂરક ગણ શોધો.
(i) A = {x : x એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.}
(ii) B = {x : x એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.}
(iii) C = {x : x એ 3 નો ધન ગુણિત છે.}
(iv) D = {x : x એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.}
(v) E = {x : x એ 3 અને 5 વડે વિભાજ્ય પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.}
(vi) F = {x : x એ પૂર્ણવર્ગ છે.}
(vii) G = {x : x એ પૂર્ણઘન છે.}
(viii) H = {x : $x + 5 = 8$}
(ix) I = {x : $2x + 5 = 9$}
(x) J = {x : $x \geq 7, x \in$ N}
(xi) K = {x : $x \in$ N અને $2x + 1 > 10$}

4. U = {*a, b, c, d, e, f, g, h*}
A = {*a, d, e, f, g*}
B = {*c, d, g, h*} હોય તો ૬' મોર્ગનના બંને નિયમો ચકાસો.

5. નીચેના વિધાન સત્ય થાય તે રીતે ખાલી જગ્યા પૂરો.
(i) A ∪ A' = . . . (ii) ϕ' ∩ A = . . .
(iii) A ∩ A' = . . . (iv) U' ∪ A = . . .

-: Answers :-

1. (i) A' = {5, 6, 7, 8, 9}
(ii) B' = {1, 3, 5, 7, 9}
(iii) (A ∪ C)' = {7, 8, 9}
(iv) (A ∪ B)' = {5, 7, 9}
(v) (A')' = A = {1, 2, 3, 4}
(vi) (B – C)' = {1, 3, 5, 6, 7, 9}

2. (i) A' = {*d, e, f, g, h*} (ii) B' = {*a, b, c, h*}
(iii) C' = {*b, d, f, h*} (iv) D' = {*b, c, d, e*}

3. (i) A' = {1, 3, 5, 7, 9, ...}
= {x : x એ અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા}
(ii) B' = {2, 4, 6, 8, ...}
= {x : x એ યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા}
(iii) C' = {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, ...}
= {x : $x \in$ N અને x એ 3 નો ગુણિત નથી.}
(iv) D' = {1, 4, 6, 8, 9, 10, ...}
= {x : x = 1 અથવા x ધન વિભાજ્ય સંખ્યા}
(v) E' = N – E = {1, 2, 3, ..., 14, 16, ...}
∴ E' = {x : x ધન પૂર્ણાક જે 3 થી અથવા 5 થી વિભાજ્ય નથી.}
(vi) F' = {2, 3, 5, 6, 7, 8, ...}
= {x : $x \in$ N અને x એ પૂર્ણવર્ગ નથી.}
(vii) G' = {x : $x \in$ N અને x પૂર્ણઘન નથી.}
(viii) H' = {1, 2, 4, 5, 6, ...} = N – {3}
H′ = {x : $x \in$ N અને $x \neq 3$}
(ix) I' = N –{2}
= {x : $x \in$ N અને $x \neq 2$}
(x) J' = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
= {x : $x \in$ N અને $x < 7$}
(xi) K' = {1, 2, 3, 4}
= $\{x : x \in \text{N અને } x \leq \frac{9}{2}\}$

4. ઉદાહરણ 38 ની જેમ

5. (i) U (ii) A (iii) ϕ (iv) A

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.11 બે ગણના યોગગણ અને છેદગણ પરના વ્યવહારિક કૂટપ્રશ્નો :

→ આગળના વિભાગમાં આપણે બે ગણના યોગગણ, છેદગણ અને તફાવત ગણ વિશે અભ્યાસ કર્યો.

→ આ વિભાગમાં આપણે દૈનિક જીવનને સ્પર્શતા કેટલાક વ્યવહારિક પ્રશ્નો જોઈશું.

→ આ વિભાગમાં ઉપયોગી થતાં કેટલાંક સૂત્રોનો પાછળના પ્રકરણ સંભાવના (પ્રકરણ 16) માં પણ ઉપયોગ કરીશું.

જો A અને B સાન્ત ગણો હોય તો

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

→ જો $A \cap B = \phi$ હોય, તો $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

→ કૂટપ્રશ્નનાં વિધાનોમાં "અથવા" શબ્દ આપણને યોગગણ તથા "અને" શબ્દ છેદગણનો ઉપયોગ કરવાનું સૂચન આપે છે.

ઉદાહરણ 39 : $X \cup Y$ માં 50 ઘટકો, X માં 28 ઘટકો અને Yમાં 32 ઘટકો હોય તેવા બે ગણો X અને Y આપેલા છે, તો $X \cap Y$ માં કેટલા ઘટક હશે ?

ઉકેલ : અહીં, $n(X \cup Y) = 50$,

$n(X) = 28$, $n(Y) = 32$ આપ્યા છે,

$n(X \cap Y) = ?$

→ હવે, $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$

$\therefore 50 = 28 + 32 - n(X \cap Y)$

$\therefore 50 = 60 - n(X \cap Y)$

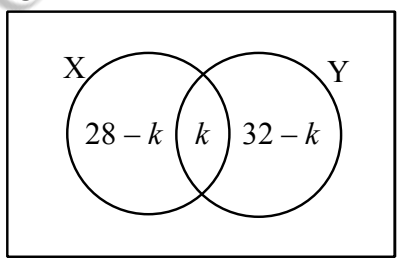
$\therefore n(X \cap Y) = 60 - 50$

$\therefore n(X \cap Y) = 10$

• **બીજી રીત :** ધારો કે $n(X \cap Y) = k$

$\therefore n(X - Y) = 28 - k$,

અને $n(Y - X) = 32 - k$



→ હવે, $28 - k + k + 32 - k = 50$

$\therefore 60 - k = 50$

$\therefore k = 60 - 50$

$\therefore k = 10$

ઉદાહરણ 40 : એક શાળામાં 20 શિક્ષકો ગણિત અથવા ભૌતિક વિજ્ઞાન શીખવે છે. આ શિક્ષકો પૈકી 12 ગણિત શીખવે છે અને 4 ભૌતિક વિજ્ઞાન અને ગણિત બંને વિષય શીખવે છે. કેટલા શિક્ષકો ભૌતિક વિજ્ઞાન શીખવતા હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે ગણિત શીખવતા શિક્ષકનો ગણ M અને ભૌતિક વિજ્ઞાન શીખવતા શિક્ષકોનો ગણ P છે. હવે,

→ અહીં, $n(M \cup P) = 20$,

$n(M) = 12$ અને $n(M \cap P) = 4$ છે.

આપણે $n(P)$ મેળવવા ઈચ્છીએ છીએ.

→ હવે, $n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P)$

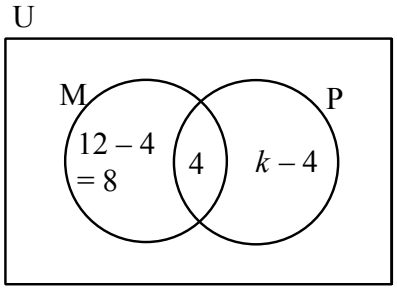
$\therefore 20 = 12 + n(P) - 4$

$\therefore n(P) = 20 - 8 = 12$

• **બીજી રીત :** ધારો કે $n(P) = k$

$\therefore n(P - M) = k - 4$,

અને $n(M - P) = 12 - 4 = 8$ છે.



→ હવે, $8 + 4 + k - 4 = 20$

$\therefore 8 + k = 20$

$\therefore k = 20 - 8$

$\therefore k = 12$

→ આમ, 12 શિક્ષકો ભૌતિક વિજ્ઞાન શીખવતા હશે.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

ઉદાહરણ 41 : 35 વિદ્યાર્થીઓનાં વર્ગમાં 24 ને ક્રિકેટ રમવું ગમે છે અને 16 ને ફૂટબોલ રમવું ગમે છે. દરેક વિદ્યાર્થી બે રમતોમાંથી ઓછામાં ઓછી એક રમત રમવાનું પસંદ કરે છે. ક્રિકેટ અને ફૂટબોલ બંને રમત રમવાનું કેટલા વિદ્યાર્થીઓ પસંદ કરતાં હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે ક્રિકેટ રમવાનું પસંદ કરતાં વિદ્યાર્થીઓનો ગણ X અને ફૂટબોલ રમવાનું પસંદ કરતાં વિદ્યાર્થીઓનો ગણ Y છે.

→ અહીં, $n(X \cup Y) = 35$

$n(X) = 24$, $n(Y) = 16$

→ હવે, $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$

$\therefore 35 = 24 + 16 - n(X \cap Y)$

$\therefore 35 = 40 - n(X \cap Y)$

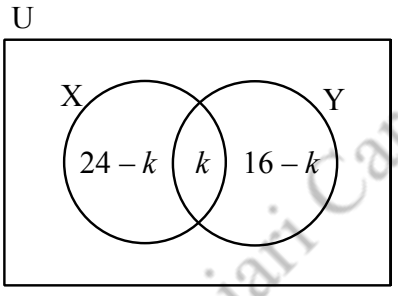
$\therefore n(X \cap Y) = 40 - 35$

$\therefore n(X \cap Y) = 5$

• **બીજી રીત :** ધારો કે $n(X \cap Y) = k$

$\therefore n(X - Y) = 24 - k$,

અને $n(Y - X) = 16 - k$



→ હવે, $24 - k + k + 16 - k = 35$

$\therefore 40 - k = 35$

$\therefore k = 40 - 35$

$\therefore k = 5$

→ આમ, 5 વિદ્યાર્થીઓ ક્રિકેટ અને ફુટબોલ બન્ને રમત રમવાનું પસંદ કરતા હશે.

ઉદાહરણ 42 : એક શાળાના 400 વિદ્યાર્થીઓની મોજણી કરી. 100 વિદ્યાર્થી સફરજનનો રસ પીએ છે, 150 નારંગીનો રસ પીએ છે અને 75 વિદ્યાર્થીઓ સફરજન તેમજ નારંગી બંનેનો રસ પીએ છે. કેટલા વિદ્યાર્થીઓ સફરજન અને નારંગી પૈકી એક પણનો રસ પીતા નથી ?

ઉકેલ : ધારો કે જે વિદ્યાર્થીઓની મોજણી કરવામાં આવી તેમનો ગણ U છે અને સફરજનનો રસ પીનાર વિદ્યાર્થીઓનો ગણ A તથા નારંગીનો રસ પીનાર વિદ્યાર્થીઓનો ગણ B છે.

→ અહીં, $n(U) = 400$, $n(A) = 100$,

$n(B) = 150$ અને $n(A \cap B) = 75$ છે.

→ હવે, $n(A' \cap B')$

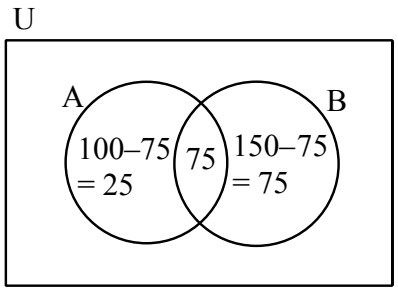
$= n((A \cup B)')$

$= n(U) - n(A \cup B)$

$= n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$

$= 400 - 100 - 150 + 75 = 225$

• **બીજી રીત :**



→ અહીં, $n(A \cup B) = 25 + 75 + 75 = 175$

હવે, $n(A' \cap B')$

$= n[(A \cup B)']$

$= n(U) - n(A \cup B)$

$= 400 - 175 = 225$

→ આમ, 225 વિદ્યાર્થીઓ સફરજન અને નારંગી પૈકી કોઈનો પણ રસ પીતા નથી.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

ઉદાહરણ 43 : ચામડીની વ્યાધિવાળી 200 વ્યક્તિઓ છે. 120 વ્યક્તિઓને રસાયણ C_1 અને 50 વ્યક્તિઓને રસાયણ C_2 ની અસર માલૂમ પડી અને 30 ને બંને રસાયણો C_1 અને C_2 ની અસર માલૂમ પડી.

(i) રસાયણ C_1 ની અસર હોય, પરંતુ રસાયણ C_2 ની અસર ન હોય.

(ii) રસાયણ C_2 ની અસર હોય, પરંતુ રસાયણ C_1 ની અસર ન હોય.

(iii) રસાયણ C_1 અથવા રસાયણ C_2 ની અસર માલૂમ પડી હોય તેવી વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે ચામડીના દર્દની બીમારીવાળી વ્યક્તિઓનો ગણ સાર્વત્રિક ગણ U છે.

→ રસાયણ C_1 ની અસરવાળી વ્યક્તિઓનો ગણ A તથા રસાયણ C_2 ની અસરવાળી વ્યક્તિઓનો ગણ B છે.

→ અહીં, $n(U) = 200$,

$n(A) = 120$,

$n(B) = 50$ અને $n(A \cap B) = 30$ છે.

(i) રસાયણ C_1 ની અસર હોય, પરંતુ રસાયણ C_2 ની અસર ન હોય તેવી વ્યક્તિઓની સંખ્યા :

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$= 120 - 30 = 90$

(ii) રસાયણ C_2 ની અસર હોય, પરંતુ રસાયણ C_1 ની અસર ન હોય તેવી વ્યક્તિઓની સંખ્યા :

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$

$= 50 - 30 = 20$

(iii) રસાયણ C_1 અથવા રસાયણ C_2 ની અસર માલૂમ પડી હોય તેવી વ્યક્તિઓની સંખ્યા :

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 120 + 50 - 30 = 140$

ઉદાહરણ 44 : કોઈ એક શહેરમાં 20% વસ્તી કાર દ્વારા, 50% વસ્તી બસ દ્વારા અને 10% વસ્તી કાર અને બસ બંને દ્વારા મુસાફરી કરે છે, તો કેટલી વસ્તી કાર અથવા બસ દ્વારા મુસાફરી કરશે ?

ઉકેલ : ધારો કે શહેરની કુલ વસ્તી x છે.

→ $n(A)$ = કાર દ્વારા મુસાફરી કરતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા

$= \frac{20x}{100}$

→ $n(B)$ = બસ દ્વારા મુસાફરી કરતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા

$= \frac{50x}{100}$

→ $n(A \cap B)$ = કાર અને બસ બન્ને દ્વારા મુસાફરી કરતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા

$= \frac{10x}{100}$

→ હવે, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= \frac{20x}{100} + \frac{50x}{100} - \frac{10x}{100}$

$= \frac{60x}{100}$

→ આમ, 60% વસ્તી કાર અથવા બસ દ્વારા મુસાફરી કરશે.

ઉદાહરણ 45 : એક બજાર-સંશોધનજૂથે 1000 ઉપભોક્તાઓની મોજણી કરી અને શોધ્યું કે, 720 ગ્રાહકો ઉત્પાદન A પસંદ કરે છે અને 450 ઉત્પાદન B પસંદ કરે છે. બંને ઉત્પાદન પસંદ કરનાર ઉપભોક્તાઓની ન્યૂનતમ સંખ્યા કેટલી હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે જેમને ઉત્પાદન સંબંધી પ્રશ્ન પૂછ્યા હોય તેવા ઉપભોક્તાઓનો ગણ U છે.

→ ઉત્પાદન A પસંદ કરનારા ઉપભોક્તાઓનો ગણ A છે અને ઉત્પાદન B પસંદ કરનારા ઉપભોક્તાઓનો ગણ B છે.

→ અહીં, $n(U) = 1000$,

$n(A) = 720$, $n(B) = 450$ છે.

→ હવે, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 720 + 450 - n(A \cap B)$

$\therefore n(A \cup B) = 1170 - n(A \cap B)$

→ હવે, જો $n(A \cup B)$ મહત્તમ હશે તો અને તો જ $n(A \cap B)$ ન્યૂનતમ થાય તેથી $n(A \cup B) = 1000$ લેતાં,

$\therefore 1000 = 1170 - n(A \cap B)$

$\therefore n(A \cap B) = 1170 - 1000$

$\therefore n(A \cap B) = 170$

→ આમ, બંને ઉત્પાદન પસંદ કરનારા ઉપભોક્તાઓની ન્યૂનતમ સંખ્યા 170 છે.

Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

સ્વાધ્યાય 1.7

Level-1

1. જો બે ગણ X અને Y માટે $n(X) = 17$, $n(Y) = 23$ અને $n(X \cup Y) = 38$, હોય, તો $n(X \cap Y)$ શોધો.
2. જો બે ગણ X અને Y માટે $X \cup Y$ માં 18 ઘટકો, X માં 8 ઘટકો અને Y માં 15 ઘટકો હોય, તો $X \cap Y$ માં કેટલા ઘટકો હશે ?
3. 400 વ્યક્તિઓના સમૂહમાં, 250 હિન્દી બોલી શકે છે અને 200 અંગ્રેજી બોલી શકે છે, તો કેટલી વ્યક્તિઓ હિન્દી અને અંગ્રેજી બંને બોલી શકે ? 400 પૈકી દરેક વ્યક્તિ આ બે પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ભાષા બોલી શકે છે.
4. જો બે ગણો S અને T માટે S માં 21 ઘટકો, T માં 32 ઘટકો અને $S \cap T$ માં 11 ઘટકો હોય, તો $S \cup T$ માં કેટલા ઘટકો હશે ?
5. બે ગણ X અને Y એવા છે કે ગણ X માં 40 ઘટકો, $X \cup Y$ માં 60 ઘટકો અને $X \cap Y$ માં 10 ઘટકો હોય, તો Y માં કેટલા ઘટકો હશે ?
6. 70 વ્યક્તિઓના જૂથમાં, 37 કોફી પસંદ કરે છે અને 52 વ્યક્તિને ચા પસંદ છે. તથા દરેક વ્યક્તિ આ બે પીણામાંથી ઓછામાં ઓછું એક પીણું પસંદ કરે છે. કેટલી વ્યક્તિઓ કોફી અને ચા બંને પસંદ કરે છે ?
7. એક સમિતિમાં 50 વ્યક્તિઓ ફ્રેન્ચ બોલે છે, 20 સ્પેનિશ બોલે છે અને 10 વ્યક્તિઓ બંને સ્પેનિશ અને ફ્રેન્ચ બંને બોલે છે. કેટલી વ્યક્તિઓ આ બે ભાષાઓમાંથી ઓછામાં ઓછી એક ભાષા બોલી શકે છે ?

Level-2

8. 65 વ્યક્તિઓના જૂથમાં, 40 ક્રિકેટ પસંદ કરે છે, 10 ક્રિકેટ અને ટેનિસ બંને પસંદ કરે છે. કેટલી વ્યક્તિઓ માત્ર ટેનિસ પસંદ કરે છે પરંતુ ક્રિકેટ પસંદ કરતા નથી ? કેટલા ટેનિસ પસંદ કરે છે ? 65 પૈકી દરેક વ્યક્તિ આ બે પૈકી ઓછામાં ઓછી એક રમત પસંદ કરે છે.
9. એક શહેરનાં 840 વ્યક્તિઓમાંથી 450 વ્યક્તિઓ હિન્દી વાંચી શકે છે. 300 વ્યક્તિઓ અંગ્રેજી વાંચી શકે છે અને 200 વ્યક્તિઓ બંને વાંચી શકે છે. તો બંનેમાંથી એકપણ વાંચી ન શકે તેવી વ્યક્તિઓની સંખ્યા મેળવો.
10. 100 વિદ્યાર્થીઓનાં વર્ગમાં 55 વિદ્યાર્થીઓ રસાયણ વિજ્ઞાનમાં પાસ થાય છે. જ્યારે 67 વિદ્યાર્થીઓ ગણિતમાં પાસ થાય છે. બે વિષયો પૈકી ઓછામાં ઓછા એક વિષયમાં પાસ થનારની સંખ્યા 100 હોય તો માત્ર ગણિતમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.
11. એક સોસાયટીના 1000 રહીશોની એક મોજણીમાં દરેક રહીશ ગુજરાતી અથવા હિન્દી બોલે છે 50% રહીશો હિન્દી બોલે છે તથા 70% રહીશો ગુજરાતી બોલે છે. તો બંને ભાષા બોલનાર રહીશોની ટકાવારી કેટલી ?
12. ગણ A માં 3 ઘટકો આવેલા છે. જ્યારે ગણ B માં 6 ઘટકો આવેલા છે. તો $A \cup B$ માં ઓછામાં ઓછા કેટલા ઘટકો હોઈ શકે ? વળી, $A \cup B$ માં વધુમાં વધુ કેટલા ઘટકો હોઈ શકે ?
13. એક શાળાના 600 વિદ્યાર્થીઓના સર્વેક્ષણમાં 150 વિદ્યાર્થી ચા પીતા હતા અને 225 કૉફી પીતા હતા. 100 વિદ્યાર્થીઓ ચા અને કૉફી બંને પીતા હતા. કૉફી અને ચા બંને પૈકી કંઈપણ નહી પીનારા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

-: Answers :-

1.	2	2. 5	3. 50
4.	42	5. 30	6. 19
7.	60	8. 25	9. 290
10.	45	11. 20%	12. 6, 9
13.	325		

-: Hints or Solutions :-

1.	ઉદાહરણ 39 ની જેમ	2.	ઉદાહરણ 39 ની જેમ
3.	ઉદાહરણ 41 ની જેમ	4.	ઉદાહરણ 39 ની જેમ
5.	ઉદાહરણ 40 ની જેમ	6.	ઉદાહરણ 41 ની જેમ
7.	ઉદાહરણ 41 ની જેમ	8.	ઉદાહરણ 43 ની જેમ
9.	ઉદાહરણ 42 ની જેમ	10.	ઉદાહરણ 43 ની જેમ
11.	ઉદાહરણ 44 ની જેમ	12.	ઉદાહરણ 45 ની જેમ
13.	ઉદાહરણ 42 ની જેમ		

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

1.12 ત્રણ ગણના યોગગણ અને છેદગણ પરના વ્યવહારિક ફૂટ પ્રશ્નો :

જો A, B અને C સાન્ત ગણો હોય તો

- $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

ઉદાહરણ 46 : 60 વ્યક્તિઓના સર્વેક્ષણમાં, 25 વ્યક્તિઓ સમાચારપત્ર H વાંચતા, 26 સમાચારપત્ર T વાંચતા, 26 સમાચારપત્ર I વાંચતા, 9 H અને I વાંચતા, 11 H અને T બંને વાંચતા, 8 T અને I વાંચતા તથા 3 તમામ સમાચારપત્ર વાંચતા માલૂમ પડ્યા.

(i) ઓછામાં ઓછું એક સમાચારપત્ર વાંચનાર

(ii) માત્ર એક જ સમાચારપત્ર વાંચનાર વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $n(H) = 25$, $n(T) = 26$, $n(I) = 26$,
$n(H \cap I) = 9$, $n(H \cap T) = 11$, $n(T \cap I) = 8$
અને $n(H \cap I \cap T) = 3$ આપેલ છે.

→ **(i) ઓછામાં ઓછુ એક સમાચાર પત્ર વાંચે તે સંખ્યા**

$n(H \cup I \cup T) = n(H) + n(T) + n(I) - n(H \cap T) - n(T \cap I) - n(I \cap M) + n(H \cap I \cap T)$

$= 25 + 26 + 26 - 9 - 11 - 8 + 3 = 52$ મળે.

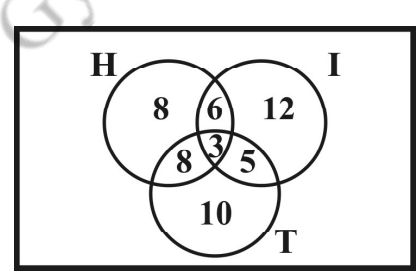
→ **(ii) માત્ર એક જ સમાચાર પત્ર વાંચે તેની સંખ્યા**

$= n(H \cup I \cup T) - n(H \cap I) - n(I \cap T) - n(H \cap T) + 2 \cdot n(H \cap I \cap T)$

$= 52 - 9 - 11 - 8 + 2(3)$

$= 52 - 22 = 30$ મળે.

→ **વેન આકૃતિની મદદથી,**



∴ માત્ર એક જ સમાચાર પત્ર વાંચે તેની સંખ્યા
$= 8 + 12 + 10 = 30$ મળે.

ઉદાહરણ 47 : એક સર્વેક્ષણમાં 21 વ્યક્તિ ઉત્પાદન A પસંદ કરે છે, 26 ઉત્પાદન B પસંદ કરે છે અને 29 ઉત્પાદન C પસંદ કરે છે. જો 14 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન A અને B બંને પસંદ કરતી હોય, 12 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન C અને A પસંદ કરતી હોય, 14 વ્યક્તિઓ ઉત્પાદન B અને C પસંદ કરતી હોય તથા 8 વ્યક્તિઓ ત્રણેય ઉત્પાદન પસંદ કરતી હોય, તો માત્ર ઉત્પાદન C પસંદ કરતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $n(A) = 21$, $n(B) = 26$, $n(C) = 29$
$n(A \cap B) = 14$, $n(A \cap C) = 12$,
$n(B \cap C) = 14$, $n(A \cap B \cap C) = 8$ છે.

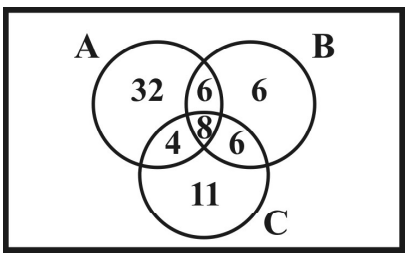
→ **માત્ર ઉત્પાદન C પસંદ કરે તેની સંખ્યા**

$= n(C) - n(C \cap A) - n(C \cap B) + n(C \cap B \cap A)$

$= 29 - 12 - 14 + 8$

$= 11$ મળે.

→ **વેન આકૃતિની મદદથી,**



∴ માત્ર ઉત્પાદન C પસંદ કરે તેની સંખ્યા = 11 મળે.

ઉદાહરણ 48 : એક કોલેજ દ્વારા પુરૂષોની રમતમાં 38 ચંદ્રકો ફૂટબોલમાં, 15 બાસ્કેટબૉલમાં અને 20 ક્રિકેટમાં એનાયત કરવામાં આવ્યા. જો આ ચંદ્રકો કુલ 58 પુરૂષોને મળ્યા હોય અને માત્ર 3 પુરૂષોને ત્રણેય રમતના ચંદ્રકો મળ્યાં હોય તો કેટલી વ્યક્તિને ત્રણમાંથી બરાબર બે ચંદ્રક મળ્યા હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે, F, B અને C અનુક્રમે ફૂટબોલ, બાસ્કેટબૉલ અને ક્રિકેટમાં પુરૂષોને મળેલા ચંદ્રકોના ગણ છે.

→ અહીં, $n(F) = 38$, $n(B) = 15$, $n(C) = 20$
$n(F \cup B \cup C) = 58$ અને $n(F \cap B \cap C) = 3$ છે.

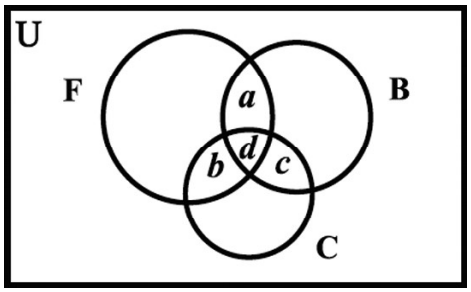
→ હવે, $n(F \cup B \cup C)$

$= n(F) + n(B) + n(C) - n(F \cap B) - n(F \cap C) + n(B \cap C) + n(F \cap B \cap C)$

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

પરથી $n(F \cap B) + n(F \cap C) + n(B \cap C) = 18$ મળે.

→ હવે, આકૃતિ માં બતાવેલી વેન-આકૃતિ જોઈએ.



→ અહીં, માત્ર ફૂટબૉલ અને બાસ્કેટબૉલમાં ચંદ્રકો મેળવતાં પુરૂષોની સંખ્યાને a વડે દર્શાવીએ,

→ માત્ર ફૂટબોલ અને ક્રિકેટમાં ચંદ્રકો મેળવતાં પુરૂષોની સંખ્યાને b થી દર્શાવીએ,

→ માત્ર બાસ્કેટબૉલ અને ક્રિકેટમાં ચંદ્રકો મેળવતાં પુરૂષોની સંખ્યાને c વડે દર્શાવીએ,

→ અને ત્રણેય રમતમાં ચંદ્રકો મેળવતાં પુરૂષોની સંખ્યાને d વડે દર્શાવીએ.

આમ, $d = n(F \cap B \cap C) = 3$ અને

$a + d + b + d + c + d = 18$

$\therefore a + b + c = 9$

→ આમ, આપેલ ત્રણ રમતોમાંથી બરાબર બે જ રમતમાં ચંદ્રકો મેળવનાર પુરૂષોની સંખ્યા 9 છે.

ઉદાહરણ 49 : નીચેના પૈકી દરેક વિધાનમાંથી ક્યું સત્ય અને ક્યું અસત્ય છે તે નક્કી કરો :

(i) જો $x \in A$ અને $A \in B$, તો $x \in B$

(ii) જો $A \subset B$ અને $B \in C$, તો $A \in C$

(iii) જો $A \subset B$ અને $B \subset C$, તો $A \subset C$

(iv) જો $A \not\subset B$ અને $B \not\subset C$, તો $A \not\subset C$

(v) જો $x \in A$ અને $A \not\subset B$, તો $x \in B$

(vi) જો $A \subset B$ અને $x \notin B$, તો $x \notin A$

ઉકેલ : (i) અહી, $x \in A$ હોવાથી ધારો કે $A = \{x, y\}$ અને

$A \in B$ હોવાથી $B = \{\{x, y\}, z\}$

$\therefore x$ એ B નો ઘટક કહી શકાય નહિ.

$\therefore x \in B$ વિધાન અસત્ય છે.

→ (ii) ધારો કે $A = \{x\}$ અને $A \subset B$ હોવાથી

ધારો કે $B = \{x, y\}$ લઈ શકાય.

અને $B \in C$ હોવાથી

ધારો કે $C = \{\{x, y\}, z\}$ છે.

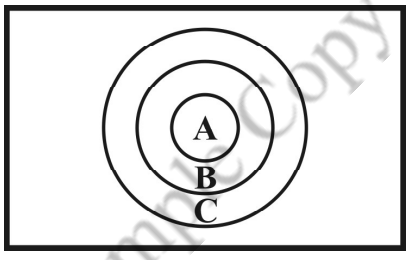
અહી, $\{x\} \notin C$ માટે $A = \{x\} \notin C$

$\therefore A \in C$ વિધાન અસત્ય છે.

→ (iii) અહી, $A \subset B$ & $B \subset C$ છે.

$\therefore$ ગણ A નો ઘટક ગણ C માં છે.

$\therefore A \subset B$ સત્ય છે.



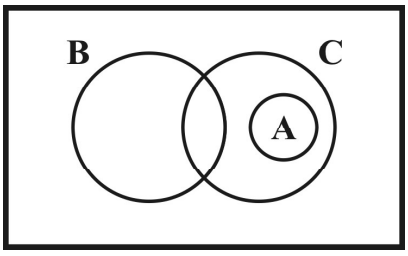
→ (iv) ધારો કે $A = \{x\}$, $B = \{y, z\}$, $C = \{x, z\}$

અહી, $A \not\subset B$ & $B \not\subset C$ છે.

પંરતુ C નો ઘટક x એ ગણ C માં છે.

$\therefore A \subset C$ થાય.

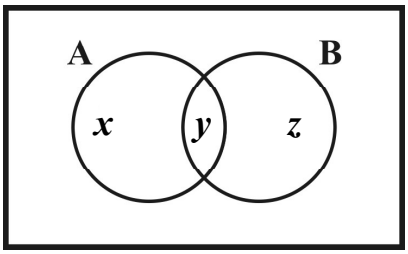
$\therefore A \not\subset C$ વિધાન અસત્ય છે.



→ (v) ધારો કે $A = \{x, y\}$, $B = \{y, z\}$

અહી, $x \in A$ અને $A \not\subset B$ તો $x \notin B$ છે.

$\therefore x \in B$ અસત્ય છે.



Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

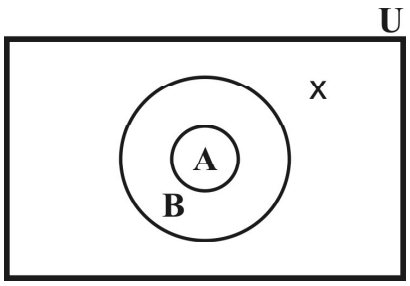
→ (vi) ધારો કે $x \in A$

આપેલ છે કે, $A \subset B$ તેથી $x \in B$

પરંતુ વાસ્તવમાં $x \notin B$ છે.

તેથી આપણી ધારણા $x \in A$ ખોટી છે. તેથી $x \notin A$

તેથી આપેલ વિધાન સત્ય બને.



ઉદાહરણ 50 : ગણ A, B અને C માટે $A \cup B = A \cup C$ અને $A \cap B = A \cap C$ છે. સાબિત કરો કે, $B = C$.

ઉકેલ : ધારો કે $x \in B \therefore x \in A \cup B$

$\therefore x \in A \cup C$ ($\because A \cup B = A \cup C$)

$\therefore x \in A$ અથવા $x \in C$

→ **વિકલ્પ 1 :**

જો $x \in A$ & $x \in B$ તો $x \in A \cap B$

$\therefore x \in A \cap C$ ($\because A \cap B = A \cap C$)

$\therefore x \in C$

અહીં, $x \in B \Rightarrow x \in C \therefore B \subset C$ મળે.

→ **વિકલ્પ 2 :**

જો $x \in C$ તો કહિ શકાય કે

$\forall x$ માટે $x \in B \Rightarrow x \in C \therefore B \subset C$ મળે.

→ તેજ પ્રમાણે, $C \subset B$ સાબિત થાય

આમ, $B \subset C$ & $C \subset B$

$\therefore B = C$

ઉદાહરણ 51 : સાબિત કરો કે $A \subset B$, તો $(C - B) \subset (C - A)$

ઉકેલ : ધારો કે $x \in C - B$

$\therefore x \in C$ & $x \notin B$

→ પંરતુ $A \subset B \therefore x \in C$ & $x \notin A$

$\therefore x \in C - A$

→ આમ, $x \in C - B \Rightarrow x \in C - A$

$\therefore C - B \subset C - A$

ઉદાહરણ 52 : જો $P(A) = P(B)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $A = B$

ઉકેલ : ધારો કે $X = \{x\}$ & $A = \{x, y\}$

હવે $P(A) = \{\phi, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$

→ અહીં, $x \in A \therefore X \subset A$

$\therefore X \in P(A)$

$\therefore X \in P(B)$ ($\because P(A) = P(B)$)

$\therefore X \subset B$

$\therefore x \in B$

→ આમ, $x \in A \Rightarrow x \in B$

$\therefore A \subset B$

→ તે જ પ્રમાણે, $Y = \{y\}$ & $B = \{x, y\}$ લેતાં $B \subset A$ સાબિત કરી શકાય.

આમ, $A \subset B$ & $B \subset A \Rightarrow A = B$ સાબિત થાય.

ઉદાહરણ 53 : કોઈપણ ગણ A અને B માટે સાબિત કરો કે, $A = (A \cap B) \cup (A - B)$.

ઉકેલ : R. H. S $= (A \cap B) \cup (A - B)$

$= (A \cap B) \cup (A \cap B')$

$= A \cap (B \cup B')$

$= A \cap U$

$= A$

$=$ L. H. S

ઉદાહરણ 54 : ગણના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે, $A \cup (A \cap B) = A$

ઉકેલ : L. H. S $= A \cup (A \cap B)$

$= (A \cup A) \cap (A \cup B)$

$= A \cap (A \cup B)$

$= A$

$=$ R. H. S

ઉદાહરણ 55 : A અને B ગણો છે. કોઈ ગણ X માટે જો $A \cap X = B \cap X = \phi$ અને $A \cup X = B \cup X$ તો સાબિત કરો કે $A = B$.

(સૂચન : $A = A \cap (A \cup X)$, $B = B \cap (B \cup X)$ અને વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરો.)

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ કે $A \subset B$ & $B \subset A$ હોય તો $A = B$ થાય.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

→ ધારો કે કોઈ ગણ X માટે,

$A \cup X = B \cup X$

$\therefore A \cap (A \cup X) = A \cap (B \cup X)$

$\therefore A = (A \cap B) \cup (A \cap X)$ ($\because$ વિભાજન નો નિયમ)

$\therefore A = (A \cap B) \cup \phi$ ($\because A \cap X = \phi$ આપેલ છે.)

$\therefore A = A \cap B$

$\therefore A \subset B$ ...(1)

→ તેજ પ્રમાણે $B \cup X = A \cup X$ લેતાં

$B \subset A$ ...(2)

→ (1) & (2) પરથી

$A \subset B$ & $B \subset A$

$\therefore A = B$

સ્વાધ્યાય 1.8

Level-1

1. 120 વ્યક્તિઓનાં સર્વેક્ષણમાં 50 વ્યક્તિઓ શાક-રોટલી જમે છે, 52 વ્યક્તિઓ દાળ-ભાત જમે છે, 52 વ્યક્તિઓ દહીં-વડા જમે છે, 18 વ્યક્તિઓ શાક-રોટલી અને દાળ-ભાત જમે છે, 22 વ્યક્તિઓ શાક-રોટલી અને દહીંવડા જમે છે. 16 વ્યક્તિઓ દાળ-ભાત અને દહીંવડા જમે છે તથા 6 વ્યક્તિઓ શાક-રોટલી, દાળભાત, દહીંવડા બધુ જ જમે છે તો,
   (i) ઓછામાં ઓછુ એક પ્રકારનું ભોજન જમે તેવા
   (ii) માત્ર એક જ પ્રકારનું ભોજન જમે તેવા વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો.
2. સાબિત કરો કે નીચે આપેલી ચારેય શરતો સમકક્ષ છે.
   (i) $A \subset B$ (ii) $A - B = \phi$
   (iii) $A \cup B = B$ (iv) $A \cap B = A$
   નોંધ : આનો અર્થ એ કે (i) $\Rightarrow$ (ii) અને (ii) $\Rightarrow$ (i) વગેરે. તે માટે (i) $\Rightarrow$ (ii) $\Rightarrow$ (iii) $\Rightarrow$ (iv) $\Rightarrow$ (i) સાબિત કરો.
3. કોઈપણ ગણ A અને B માટે
   $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ સત્ય છે ?
   તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.
4. કોઈ પણ ગણ A અને B માટે સાબિત કરો કે
   $A \cup (B - A) = (A \cup B)$.
5. ગણના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરી ને સાબિત કરો કે
   $A \cap (A \cup B) = A$

Level-2

7. શાળાના 880 છોકરાઓ પૈકી 224 ક્રિકેટ રમે છે, 240 હોકી રમે છે અને 336 બાસ્કેટબોલ રમે છે. કુલ પૈકી 64 બાસ્કેટબોલ અને હોકી રમે છે, 80 ક્રિકેટ અને બાસ્કેટબોલ રમે છે અને 40 ક્રિકેટ અને હોકી રમે છે. જો 24 છોકરાઓ આ ત્રણેય રમત રમતાં હોય તો ત્રણમાંથી એકપણ રમત ન રમતાં હોય તેવા છોકરાઓની સંખ્યા મેળવો.
8. 30 વિદ્યાર્થીઓના કલાસમાં 12 વિદ્યાર્થી ભરતકામ, 16 વિદ્યાર્થી ચિત્ર અને 18 વિદ્યાર્થી ઈતિહાસ પસંદ કરે છે, જો બધા વિદ્યાર્થીઓ ઓછામાં ઓછો એક વિષય પસંદ કરે અને કોઈપણ વિદ્યાર્થી જો બધા વિષય પસંદ ન કરે તો 2 વિષય પસંદ કરતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મેળવો.
9. ગણ A, B અને C એવા શોધો કે જેથી $A \cap B$, $B \cap C$ અને $A \cap C$ અરિક્ત ગણો થાય અને $A \cap B \cap C = \phi$ બને.

-: Answers :-

1. (i) 104 (ii) 60
7. 440 8. 16

-: Hints or Solutions :-

1. ઉદાહરણ 46 ની જેમ
2. (i) $A \subset B$

   અહી, $\forall x \in A \therefore x \in B$ છે.

   → ગણ A નાં બધા જ ઘટકો ગણ B માં છે.એટલે કે ગણ A માં હોય પંરતુ ગણ B માં ન હોય તેવાં એકપણ ઘટક નથી.

   $\therefore A - B = \phi$

   → (ii) $A - B = \phi$ ગણ A માં હોય પરંતુ ગણ B માં ન હોય તેવો એક પણ ઘટક નથી.એટલે કે A નાં બધા જ ઘટકો ગણ B માં છે.

   $\therefore A \cup B = B$ થાય.

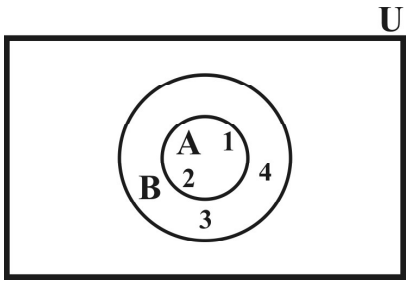
   → (iii) $A \cup B = B$ માટે કહી શકાય કે A નાં બધા જ ઘટકો ગણ B માં છે.

   $\therefore A \cap B = A$ થાય.

   → આમ, $A \subset B$, $A - B = \phi$, $A \cup B = B$ અને $A \cap B = A$ ચારેય શરતો સમકક્ષ છે.

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

→ જે વેન આકૃતિની મદદથી પણ સમજી શકાય.



3. ધારો કે $A = \{a\}, B = \{b\}$,
$\therefore A \cup B = \{a, b\}$
→ હવે $P(A) = \{\phi, \{a\}\}$,
$P(B) = \{\phi, \{b\}\}$
$P(A \cup B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} \ldots (1)$
અને $P(A) \cup P(B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}\} \ldots (2)$
→ (1) & (2) પરથી
$P(A \cup B) \neq P(A) \cup P(B)$
$\therefore P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ સત્ય નથી.

4. L.H.S $= A \cup (B - A)$
$= A \cup (B \cap A')$
$= (A \cup B) \cap (A \cup A')$
$= (A \cup B) \cap U$
$= A \cup B$
$= R.H.S$

5. L.H.S $= A \cap (A \cup B)$
$= (A \cap A) \cup (A \cap B)$
$= A \cup (A \cap B)$
$= A$
$= R.H.S$

6. ધારો કે $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ અને $C = \{3, 4, 7, 8\}$
$\therefore A \cap B = \{3, 4\}$ અને $A \cap C = \{3, 4\}$
અહીં, $A \cap B = A \cap C$ છે. પરંતુ $B \neq C$ છે.
$\therefore B = C$ કહી શકાય નહી.

7. ઉદાહરણ 47 ની જેમ

8. ઉદાહરણ 48 ની જેમ

Notes

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

MCQ's for Extra Practice

1. $\{x : x$ 10 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$ અને ...સમાન ગણ છે.
   (A) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
   (B) $\{2, 4, 6, 8\}$
   (C) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
   (D) $\{... 7, 8, 9\}$

2. $\{x : x^2 - 5x - 6 = 0, x \in N\}$ અને ... સમાન ગણ છે.
   (A) $\{-1, 6\}$ (B) $\{6\}$
   (C) ϕ (D) $\{3, 2\}$

3. $\{x : x^2 - 5x - 6 = 0, x \in R\}$ અને ... સમાન ગણ છે.
   (A) $\{-1, 6\}$ (B) $(3, 2)$
   (C) $\{6\}$ (D) ϕ

4. $\{x : x^3 - x = 0, x \in Z\}$ અને ... સમાન ગણ છે.
   (A) $\{0\}$ (B) $\{0, -1\}$
   (C) $\{0, -1, 1\}$ (D) $\{0, 1\}$

5. $\{x : -3 \le x \le 3, x \in Z\}$ અને ... સમાન ગણ છે.
   (A) $\{1, 2, 3\}$
   (B) $\{0, 1, 2, 3\}$
   (C) $\{0, -1, 1\}$
   (D) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,\}$

6. જો $A = \{x : x$ એ 5 કરતાં નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.$\}$
   $B = \{x : x$ એ 15 કરતાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.$\}$
   તો $A \cup B =$ .....
   (A) $\{2, 3\}$
   (B) $\{1, 3, 4, 5, 7, 11, 13\}$
   (C) $\{3, 4, 5, 7, 11, 13\}$
   (D) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13\}$

7. જો $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 6\}$,
   $C = \{1, 2, 3\}$ તો નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
   (A) $(A - B) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
   (B) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$
   (C) $(A - B) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   (D) $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

8. જો $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 6\}$,
   $C = \{1, 2, 3\}$ તો નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
   (A) $A - (B - C) = \{5, 6\}$
   (B) $(A - B) \cup (A \cap C) = \{1, 2, 3\}$
   (C) $A - (B - C) = \{1, 2, 3\}$
   (D) $(A - B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

9. $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 5, 7, 8\}$ અને સાર્વત્રિક ગણ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ માટે નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
   (A) $A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
   (B) $A' \cap B' = \{3, 4, 6\}$
   (C) $(A \cup B)' = \{4, 6\}$
   (D) $(A \cap B)' = \{2, 3, 4, 6, 8\}$

10. જો $A = \{a, b, c, d, e\}$ અને $B = \{c, d, e, f\}$ તો નીચેના પૈકી કયું સત્ય નથી ?
    (A) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$
    (B) $A \cap B = \{c, d, e\}$
    (C) $A - B = \{a, b\}$
    (D) $B - A = \{f\}$

11. વિદ્યાર્થીઓના એક જૂથમાં 100 વિદ્યાર્થીઓ હિન્દી જાણે છે, 50 વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજી જાણે છે અને 25 બંને ભાષા જાણે છે. પ્રત્યેક વિદ્યાર્થી આમાંની ઓછામાં ઓછી એક ભાષા જાણે છે. આ જૂથમાં આવેલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા .....છે.
    (A) 125 (B) 150
    (C) 50 (D) 100

12. એક સોસાયટીના 600 રહીશો પૈકી, 500 ગુજરાતી સમાચાર પત્ર વાંચે છે. 300 અંગ્રેજી સમાચાર પત્ર વાંચે છે, અને 50 બંન્ને સમાચાર પત્રો વાંચે છે. તો નીચેના પૈકી કયું સત્ય છે ?
    (A) 5 રહીશો એકપણ સમાચાર પત્રો વાંચતા નથી.
    (B) એક જ પ્રકારનું સમાચાર પત્ર વાંચનાર રહીશોની સંખ્યા 550 છે.
    (C) ઓછામાં ઓછું એક સમાચાર પત્ર વાંચનાર રહીશોની સંખ્યા 550 છે.
    (D) પ્રશ્નમાં આપેલ માહિતી સાચી નથી.

Gyanmanjari Career Academy, Sample Copy

13. A અને B સાર્વત્રિક ગણ U ના ઉપગણો છે. $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, $n(U) = 100$, $n(A \cap B) = 10$ હોય, તો $n(A' \cap B') =$ .....
(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80

14. $A = \{x : x$ એ 20 થી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.$\}$ ને યાદીની રીતે લખતાં A = ... મળે.
(A) {3, 5, 7, 11, 12, 17, 19}
(B) {1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
(C) {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
(D) {1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

15. $X = \{x : x \in N, 5 < x < 11\}$ ને યાદીની રીતે લખતાં X = ... મળે.
(A) {7, 8, 9, 10}
(B) {6, 7, 8, 9, 10, 11}
(C) {6, 7, 8, 9, 10}
(D) {5, 6, 7, 8, 9,10,11}

16. $X = \{x : x \in R, x^2 - 1 = 0\}$ ને યાદીની રીતે લખતાં X = ... મળે.
(A) {1} (B) {–1} (C) {1, –1} (D) ϕ

17. $X = \{x : x \in N, x^2 + 3x + 2 = 0\}$ ને યાદીની રીતે લખતાં X = ... મળે.
(A) {1} (B) {2} (C) {–1, –2} (D) ϕ

18. A = {5, 10, 15, 20} ને ગુણધર્મની રીતે નીચે પૈકી ..... રીતે લખી ન શકાય ?
(A) $\{5n, n \in N, 1 \le n \le 4\}$
(B) $\{x \in N, x$ એ 25 થી નાનો 5 નો ગુણક છે.$\}$
(C) $\{x \in N, (x-5)(x-10)(x-15)(x-20) = 0\}$
(D) $\{x \in N, 5 \le x \le 20\}$

19. A = {1, 3, 5....} ને ગણુધર્મની રીતે નીચે પૈકી .....રીતે લખી ન શકાય. ?
(A) $A = \{x \in N, x$ એ અયુગ્મ પૂર્ણાંક છે.$\}$
(B) $A = \{x \in N, x$ અવિભાજ્ય પૂર્ણાંક છે.$\}$
(C) $A = \{2x - 1, x \in N\}$
(D) $A = \{2x + 1, x \in N \cup \{0\}\}$

20. જો A = {1, 3, 5, 7, 9}, B {3, 7, 11} તો B – A = ...
(A) {1, 5, 9} (B) {11}
(C) {1, 5, 9, 11} (D) ϕ

21. જો A = {1, 3, 5, 7, 9}, B {3, 7, 11} તો $A \cup B$ = ...
(A) $\{x \in N, 1 \le x \le 11\}$
(B) $\{x \in N, x$ એ 12 નાની અયુગ્મ સંખ્યા છે.$\}$
(C) $\{2n - 1, n \in N, n \le 5\}$
(D) {3, 7}

22. A = {1, 5, 9} ના તમામ ઉપગણોની યાદી .... છે.
(A) {1}, {5}, {9}, {1,5}, {1, 9}, {5, 9}, {1, 5, 9},
(B) ϕ, {1}, {5}, {9}, {1,5}, {1, 9}, {5, 9}
(C) ϕ, {1}, {5}, {9}, {1,5}, {1, 9}, {5, 9}, A
(D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

23. જો A અને B સાર્વત્રિક ગણ U ના ઉપગણ હોય અને $n(U) = 50$, $n(A \cap B) = 10$ તો $n(A' \cup B') = ...$
(A) 45 (B) 40
(C) 35 (D) 25

24. $A = \{x : x \in N, x < 5\}$ અને $B = \{x : x \in N, x^2 < 25\}$ હોય તો નીચેનાં પૈકી ક્યું અસત્ય છે ?
(A) $A \subset B$ (B) $B \subset A$
(C) A = B (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

25. U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A = {1, 3, 5, 7, 9}, B = {1 ,5, 6, 8}, C = {1, 4, 6, 7} માટે નીચેનાં પૈકી કયું સત્ય છે ?
(A) $A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 5, 6, 7\}$
(B) $(A \cup B) \cap (A \cap C) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$
(C) $A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
(D) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$

Gyanmanjari Career Academy Sample Copy

26. U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10},
A = {1, 3, 5, 7, 9}, B = {1 ,5, 6, 8},
C = {1, 4, 6, 7} માટે નીચેનાં પૈકી કયું સત્ય છે ?
(A) $(A \cup B)' = \{1, 2, 4, 10\}$
(B) $A' \cap B' = \{1, 4, 10\}$
(C) $(A \cup B)' = \{2, 4, 10\}$
(D) $A' \cap B' = \{1, 2, 10\}$

27. A – B = ...
(A) B – A (B) ϕ
(C) A – B' (D) $A - (A \cap B)$

28. ગણ A તથા B માટે $n(A \cup B) = 75$, $n(A) = 50$, $n(B) = 50$ તો $n(A \cap B)$ .....
(A) 50 (B) 25
(C) 35 (D) 10

29. 20 નર્તકોના એક જૂથમાં 12 નર્તકો ભરતનાટ્યમ્ કરે છે. 4 નર્તકો ભરતનાટ્યમ્ અને કૂચિપૂડી બંને નૃત્યો કરે છે. ફકત કૂચિપૂડી નૃત્ય કરતા નર્તકોની સંખ્યા ... છે.
(A) 12 (B) 8 (C) 8 (D) 16

30. $A = \{x : x \in R, x^2 - 3x - 4 = 0\}$ અને $B = \{x : x \in Z, x^2 = x\}$ હોય, તો $(A \cup B)$ = ...
(A) {–1, 0, 1} (B) {0, 1, 4}
(C) {–1, 0, 1, 4} (D) {–1, 0, 1, 4, 5}

31. નીચે આપેલ ગણો પૈકી કયો ગણ એકાકી ગણનું ઉદાહરણ છે ?
(A) $\{x : x$ એ યુગ્મ અવિભાજય સંખ્યા છે.$\}$
(B) $\{x : x \in Z, x^3 = x\}$
(C) $\{x : x \in Z, x^2 - x - 2 = 0\}$
(D) $\{x : x \in N, x \le 4\}$

32. $\alpha = \{x : x$ એ FELLOW શબ્દનો અક્ષર છે.$\}$
$\beta = \{x : x$ એ FLOW શબ્દનો અક્ષર છે.$\}$
નીચેનામાંથી કયું વિધાન સત્ય છે ?
(A) $\beta \subset \alpha$ (B) $\alpha = \beta$
(C) $\alpha \subset \beta$ (D) $\alpha \cap \beta = \phi$

33. $A = \{1, a, b\}$ તો P (A) = ...
(A) $\{1, a\}, \{a, b\}, \{1, a, b\}\}$
(B) $\{\phi, \{1\}, \{a\}, \{b\}\}$
(C) $\{A, \phi, \{1, a\}, \{a, b\}\}$
(D) $\{A, \phi, \{1\}, \{a\}, \{b\}, \{1, a\}, \{1, b\}, \{a, b\}\}$

34. $A = \{x : x \in Z, x^3 - 4x = 0\}$, તો A = ...
(A) {–2, 0, 2} (B) {0, 2}
(C) {0} (D) {–2, 0}

35. 50 ખેલાડીઓના જૂથમાં 30 ખેલાડી કબડ્ડી રમે છે. 14 ખેલાડી બંને રમત રમે છે. તો હોકીની રમત રમતાં ખેલાડીઓની સંખ્યા .... (દરેક ખેલાડી ઓછામાં ઓછી એક રમત રમે છે.)
(A) 20 (B) 50 (C) 50 (D) 34

36. નીચેનામાંથી કયો ગણ ખાલી ગણ છે ?
(A) $\{x : x^2 = 1, x \in R\}$
(B) $\{x : x^2 = 11, x \in R\}$
(C) $\{x : x^2 + 1 = 0, x \in R\}$
(D) $\{x : x^2 = 5x - 6, x \in R\}$

37. જો કોઈ પણ ગણમાં n ઘટકો હોય તો તેના ઘાતગણ P(A) માં .... ઘટકો હોય.
(A) $2n$ (B) n^2 (C) 2^n (D) $2^n - 2$

38. કોઈપણ ગણનો ઘાતગણ એ ...
(A) ખાલી ગણ હોઈ શકે.
(B) કયારેય ખાલી ગણ ન હોય.
(C) હંમેશા ઓછામાં ઓછા બે ઘટકોનો સમાવેશ થાય.
(D) ગણ પોતે હોય.

39. $\{x : x \in R, x \le 5\}$= .....
(A) $(-\infty, 5]$ (B) $(-\infty, 5)$
(C) {5} (D) [–5, 5]

40. જો $n(A) = 3$ અને $n(B) = 6$ તો .....
(A) $\max(n(A \cup B)) = 9, \min(n(A \cup B)) = 0$
(B) $\max(n(A \cap B)) = 3, \min(n(A \cap B)) = 1$
(C) $\max(n(A \cup B)) = 6, \min(n(A \cap B)) = 3$
(D) $\max(n(A \cup B)) = 9, \min(n(A \cap B)) = 0$

Gyanmanjari Career Academy Sample Copy

-: Answers :-

1.A	2.B	3.A	4.C	5.D	6.D
7.A	8.C	9.C	10.C	11.A	12.D
13.B	14.C	15.C	16.C	17.D	18.D
19.B	20.B	21.B	22.C	23.B	24.D
25.D	26.C	27.D	28.B	29.B	30.C
31.A	32.A	33.D	34.A	35.D	36.C
37.C	38.B	39.A	40.D		

-: Hints or Solutions :-

1. 10 થી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

2. $x^2 - 5x - 6 = 0$

   $\therefore (x - 6)(x + 1) = 0$

   $\therefore x = 6$ or $x = -1$

   પરંતુ $x \in N$ છે.

   $\therefore x = 6$

3. $x \in R$ છે.

   $\therefore x = 6$ or $x = -1$

4. $x^3 - x = 0$

   $\therefore x(x^2 - 1) = 0$

   $\therefore x(x - 1)(x + 1) = 0$

   $\therefore x = 0$ or $x = 1$ or $x = -1$

5. $-3 \le x \le 3, x \in Z$ એટલે કે -3, 3 અને તેમની વચ્ચેની બધી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

   $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

   $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13\}$

7. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

8. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

9. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

10. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

11. $n(H \cup E) = n(H) + n(E) - n(H \cap E)$

    $= 100 + 50 - 25$

    $= 125$

12. $n(G \cup E) = n(G) + n(E) - n(G \cap E)$

    $= 500 + 300 - 50$

    $= 750$

    પરંતુ $n(\cup) = 600$ છે.

    $n(G \cup E)$ એ $n(\cup)$ કરતાં વધુ થાય નહિ.

    તેથી પ્રશ્નમાં આપેલ માહિતી સાચી નથી.

13. $n(A' \cap B') = n[(A \cup B)']$

    $= n(U) - n(A \cup B)$

14. 20 થી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ

    $= 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$

15. $5 < x < 11, x \in N$ એટલે કે 5 અને 11 વચ્ચેની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ

16. $x^2 - 1 = 0$

    $\therefore x^2 - (1)^2 = 0$

    $\therefore (x - 1)(x + 1) = 0$

    $\therefore x = 1$ or $x = -1$

17. $x^2 + 3x + 2 = 0$

    $\therefore (x + 2)(x + 1) = 0$

    $\therefore x = -2$ or $x = -1$

    પરંતુ $x \in N \therefore X = \phi$

18. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

19. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

20. $B - A = \{11\}$

21. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

    હવે, દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

22. ટોપીક 1.7

23. $n(A' \cup B') = n[(A \cap B)']$

    $= n(U) - n(A \cap B)$

24. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

    $B = \{1, 2, 3, 4\}$

25. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

26. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

27. ટોપીક 1.10.3

Gyanmanjari Career Academy Sample Copy

28. $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

29. B = ભરતનાટ્યમ્ , K = કૂચિપૂડી

પહેલા $n(B \cup K) = n(B) + n(K) - n(B \cap K)$

પરથી $n(K)$ મેળવો.

પછી n (ફક્ત K) $= n(K) - n(B \cap K)$

30. $x^2 - 3x - 4 = 0$

$\therefore (x-4)(x+1) = 0$

$\therefore x = 4$ or $x = -1$

$\therefore A = \{-1, 4\}$

હવે, $x^2 = x$

$\therefore x^2 - x = 0$

$\therefore x(x-1) = 0$

$\therefore x = 0$ or $x = 1$

$\therefore B = \{0, 1\}$

$\therefore A \cup B = \{-1, 0, 1, 4\}$

31. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

32. $\alpha = \{F, E, L, O, W\}$

$\beta = \{F, L, O, W\}$

$\therefore \beta \subset \alpha$

33. ટોપીક 1.7

34. $x^3 - 4x = 0$

$\therefore x(x^2 - 4) = 0$

$\therefore x(x-2)(x+2) = 0$

$\therefore x = 0$ or $x = 2$ or $x = -2$

35. $n(K \cup H) = n(K) + n(H) - n(H \cap K)$

પરથી $n(H)$ મેળવો.

36. દરેક વિકલ્પ ચકાસો.

જેમાં $x^2 + 1 = 0$

$\therefore x^2 = -1$

કોઈ $x \in R$ માટે x નો વર્ગ ઋણ મળે નહિ.

37. ટોપીક 1.7

38. ટોપીક 1.7

39. ટોપીક 1.6.2

40. $max(n(A \cup B)) = n(A) + n(B)$

$= 3 + 6 = 9$

$min(n(A \cup B)) = max\{n(A), n(B)\}$

$= max\{3, 6\}$

$= 6$

$min(n(A \cap B)) = 0$

$max(n(A \cap B)) = min\{n(A), n(B)\}$

$= min\{3, 6\}$

$= 3$

Notes

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy

Notes

Notes

Gyanmanjari Career Academy - Sample Copy